

**INSTITUTIONES
PHILOSOPHICA
E AD STUDIA
THEOLOGICA
POTISSIMUM...**



3. 8. 528.

K 8.





INSTITUTIONES
PHILOSOPHICÆ
AD STUDIA THEOLOGICA
POTISSIMUM ACCOMMODATÆ
AUCTORE
FRANCISCO JACQUIER

EX MINIMORUM FAMILIA
PRIMARIARUM PER EUROPAM
ACADEMIARUM SOCIO,
IN LYCEO ROMANO, ET IN COLLEGIO
URBANO DE PROPAGANDA FIDE
PROFESSORE.

TOMUS QUARTUS,
*Quo Phisicæ Pars Prima, sive Physica
Generalis continetur.*

EDITIO NOVISSIMA
Ab Auctore ipso recognita pluribusque
in locis locupletata.



VENETIIS MDCCLXVII.
SIMONIS OCCHI CURIS,
Superiorum permissu, ac Privilegio.



AUCTOR LECTORI.

AD eam tandem pervenimus Philosophiæ partem, quæ *Physica*, seu *Scientia naturæ* appellatur, præstantissimam sane disciplinam. De hoc præclarissimo studio duas invenio omnino quidem injustas hominum opiniones. Alii huic studio unice addicti, totique, ut ita dicam, mancipati, in aliis disciplinis haud supra vulgus sapiunt, hanc solam, quam profitentur, & amant, scientiam summopere prædicant, cunctaque præterea doctrinæ genera fastidiose contemnunt. Alii Physices studium tanquam incertum, & inutile arrogantius, & temere traducunt, imo velut prophanum proscribunt, & Ecclesiasticis viris vix concedendum. Primam opinionem, quæ quidem error est peniciosissimus, necesse non est, ut fufius refellam. Et certe nemo nescit, ad tria capita generatim revocari omnes, quantum patent, humanas cognitiones. Dei enim, & animæ nostræ contemplatione, atque corporum, sive naturæ observatione studia omnia nostra continentur. Quod Dei contemplationem spectat, sacram scilicet Theologiam, ecquis æquus rerum æstimator divinam hanc scientiam, scientiarum omnium Reginam, & Magistram cæteris omnibus disciplinis infinita laude non anteponet? Ecquis etiam, nisi perditissimus homo, in cælum non feret sanctiorem illam disciplinam, quæ circa nosmetipsos versatur, quæ de moribus agit, quæ certiori, castiorique doctrina præclaris virtutibus animum excolit, atque ad honestatis, ad officii, ad religionis amorem traducit?

Hæc quidem duo sunt divina omnino, & omnium longe utilissima studia, quibus ad purissimum omnis veritatis, scientiarumque o-

mnium fontem D.O.M., & rerum maiestate, & morum sanctitate propius accedere docemur, quoad humani generis patitur imbecillitas.

Nec tamen sua dignitate, & utilitate defraudari debet vera, & solida Physicæ ratio, in qua non infinitæ de voculis, atque nugis controversiæ disceptantur, sed, ut paucis multa complectar, quæ cælo, terra, marique geri, atque administrari videmus, quantum pro ingenii nostri mediocritate licet, explicantur. Neque hæc nuda, & simplici mentis contemplatione, aut conjecturis innixa, sed accurata ratiocinatione, & captis sæpius experimentis demonstrata. Fructuosissimam esse accuratorem hanc naturæ considerationem, eamque ad omnipotentis, ac perfectissimi auctoris cognitionem nos evehere, & ad divinas laudes excitare, si quis negaverit, is statim ex S. Scripturæ auctoritate refelletur, atque hanc Isaïæ reprehensionem audire merebitur cap. v. vers. 12. *Opus Domini non respicitis, nec opera manuum ejus consideratis*. Verum qui in contemplandis divinis operibus nullum tempus, nullam attentionem collocat; is sane Physicæ pretium omnino ignorat, divinorumque operum gloriam, & maiestatem obscurius intuetur; atque ea de causa fit, ut aliqui rerum Physicarum nihil, aut parum studiosi alias quidam Philosophiæ partes commendent, Physicam autem aspernentur, in quo quidem non mediocriter peccare videntur. Quam autem sinistra sit, & temere concepta hæc opinio, ex ipsa rerum explicandarum serie melius quam sermone ullo licebit intelligere; interim tamen singula harum Institutionum capita percurrere, & doctrinæ utilitatem breviter, & digito, ut ita dicam, commonstrare non abs te erit.

Ab

Ab *extensione*, & *impenetrabilitate* Physicæ generalis initium facere solent plerique hujus disciplinæ magistri; Ego autem ab hac vulgari consuetudine aliquantulum deflectens, universales corporum vires, seu potius effectus primum explicabo, & vocabulorum, quibus nulla vis, nulla notio persæpe subjecta est, ambiguitatem omnem clara, nitidaque definitione amoveri curabo diligenter. Itaque vim *inertiæ*, vires *centripetas*, & *centrifugas*, *gravitatem*, & *attractionem* accurate considerabo, utilissimum sane argumentum, quo cuncta prorsus naturæ effecta continentur. Hinc doctrinæ ordo postulat, ut effectus ipsos inde oriundos, æquilibrii scilicet, variorumque motuum leges contemplemur. Ex his tandem veluti gradibus deducimur ad universales corporum proprietates, quæ Physicæ generalis meta sunt, ac terminus. Maxima sane voluptate afficientur adolescentum animi, quum tot admiranda acutissimorum hominum inventa cognoscant, quibus Physica maximum cæpit incrementum, & quamplurima ad usus vitæ excogitata. Hæc autem tot, tantaque commoda fusius declarare supervacaneum est; singulis enim capitibus sua adjungitur appendix, in qua uno veluti intuitu observare licebit, non quidem utilitates omnes, sunt enim innumerabiles, sed aliquas tantum, atque etiam in rebus Theologicis, quem quidem usum vix suspicantur aliqui. Hanc vero tradendæ Physicæ rationem nemo, ut puto, improbabit; cum præclarissimi studii amorem studiosæ juventuti instillare possit, quantum unicuique pro vivendi instituto, & ratione licet; sua enim sunt diversis vitæ conditionibus officia, quibus deesse nefas.

Universalibus corporum proprietatibus in

*

3

Phy-

Physica generali explicatis, jam progredien-
 dum est ad Physicam particularem, in qua
 varia specierum individua observantur; variae-
 que species considerantur. Latissime quidem
 patet Physicæ particularis amplitudo, natu-
 ramque omnem amplectitur; sed tot, tanta-
 que scire datum non est mortalibus; in tam
 immensa rerum varietate Physicis pauca, ut
 ita dicam, delibare licet. A corporum *fluidi-
 tate* Physicæ particularis sumam exordium;
 corporum fluidorum *pressionem, motum, resi-
 stentiam* explicabo. Ad fluida *elastica* deinde
 progressum faciam, *aerisque* proprietates con-
 siderabo. Jam rectus docendi ordo exigere
 videtur, ut *luminis* doctrinam, variasque affe-
 ctiones statim subjungam. Ex his autem ad
 corpora *caelestia* assurgam, doctrinamque astro-
 nomicam, & varias illius partes sedulo expla-
 nare conabor. Neque prætermittam, quæ cum
 Astronomia necessario vinculo conjuncta sunt,
Chronologia, & Kalendarii elementa, varias-
 que *Cyclorum, & Periodorum* rationes accura-
 te demonstrabo. Ita autem tellus nostra cum
 cælo colligata est, ut de *Geographia* sine Astro-
 nomia subsidio vix quidquam statui possit;
 itaque ex Astronomia ad Geographiam, &
 ut ita dicam, e cælo in terram pedem refe-
 ram. Igitur cum Astronomia stricte connecti
 debent *Chronologia, & Geographia*, quas
 Astronomiæ *filiæ* merito appellant aliqui.
 Explicata Geographia, suadet ipsa rerum na-
 turæque series, ut corpora illa, quæ in Tellu-
 ris superficie oculis nostris obversantur, pri-
 mum consideremus; deinde vero ad ea, quæ
 in terræ gremio latent, descendamus. Qua-
 re de *animalibus, arboribus, plantis, metal-
 lis, fossilibus*, aliisque id genus plurimis di-
 stin-

sancte sermo habebitur. Tandem quia ex
 ipsis terræ visceribus perpetuo avolant pluri-
 rima, magna quidem varietate, effluvia, quæ
 in aerem sublata, varias constituunt phænome-
 non species; ea denique contemplantur, quæ
 in aeris regione aguntur, *imbres* scilicet,
grandinem, *nivem*, *ventum*, *tonitrum*, alia-
 que *meteora*, & Physicæ particulari, Deo ju-
 vante, finem imponemus. Singulorum capi-
 tum utilitatem suo loco opportune adjunge-
 mus, ut factum est in Physica generali. In-
 terea tamen, ut alia plurima omittam hujus
 doctrinæ emolumenta, quæ omnibus obvia
 sunt; unum hic attingere satis erit, quod no-
 stris auditoribus Theologiæ studiosis maxime
 convenit, Astronomiæ, & Chronologiæ do-
 ctrinam cum Historia sacra, & prophana con-
 sociandam esse. Si quis in dubium vocave-
 rit, excellentes de his rebus evolvat libros,
 suam in gravissimis etiam, magnique mo-
 menti controversiis, imperitiam, si ingenuus
 fuerit, fateri non dubitabit. Cæterum ex iis,
 quæ hætenus breviter attigi, satis intelli-
 gitur, quos mihi lectores velim; eos scilicet A-
 rithmeticæ, & Geometriæ elementis probe
 imbutos esse oportet. Ut autem præ mani-
 bus ea omnia habeant, quæ ad nostras In-
 stitutiones sunt necessaria, Arithmeticam, &
 Geometriam tali studio adornavi, ut nihil
 nimis, & nihil minus, quam necesse sit, con-
 tineant. Unum aliud a studiosis adolescenti-
 bus maxime exoptarem, ut Arithmeticam,
 & Geometriam Logicæ etiam studio præmit-
 terent; etenim Arithmeticæ, & Geometriæ
 principia ob firmam & perpetuam veritatis
 possessionem aptissima sunt ad mentis aciem

ex

expoliendam, Logicam naturalem perficiendam, rectamque methodum conciliandam.

Nec me reprehendat aliquis, quod hac nostra ætate, his cultioris, sublimiorisque Physices temporibus, minus difficiles Institutiones tradere, & proponere audeam. De me quidem modeste, ut par est, sentio, non tamen nimis demisse, quod quidem fictæ, & affectatæ, quam abhorreo, foret humilitatis. At in reconditori Physica me omnino peregrinum, & hospitem non esse, demonstratum confido; & iis, quæ jam edidi operibus, & aliis, quæ apud me premo, possem confirmare. Verum doctos quidem se probant illi Physicæ magistri qui intricatissima Physices *Theoremata* Tyronibus explicare laborant: mea tamen sententia, rem faciunt non valde utilem; præsertim si frequentior sit auditorum numerus, & adolescentum mentes doctrinæ difficultate magis obruere, quam erudire videntur.

Sed quidquid sit de nostrarum Institutionum successu, meam saltem propensissimam voluntatem benigne excipiant studiosi adolescentes, quorum utilitati hunc meum qualemcumque laborem sincere, & ex animo consecravi. Porro ab iis hunc unum, solumque expetendum vehementer exopto operæ meæ fructum, ut nempe utilissimum studium alacriter suscipiant, non quidem ad gloriam, & doctrinæ ostentationem, sed ad tuendam, insinuandamque Religionem. Neque tamen respuenda est doctrinæ fama, dummodo inde absit gloriæ, honorum, & lucri cupiditas. Persæpe enim feliciter contingit, ut vulgaris etiam, nec admodum sublimis rerum Physicarum

um cognitio apud gentes minus cultas, nominis splendorem, atque auctoritatem conciliet. Hac fortunatissima oblata occasione utendum est, & de Religione sermones miscendi, hæ quidem honestæ sunt, & omnino licitæ artes; sed tamen præcedat morum, vitæque exemplar, atque enixe imploretur divinæ gratiæ auxilium; nam, ut ait S. Augustinus in epistola ad Sixtum: *Restat, ut ipsam fidem, unde omnis justitia sumit initium, non humano tribuamus arbitrio, nec ullis præcedentibus meritis... sed gratuitum Dei do-esse, fateamur.*

Antequam ex hoc sermone ad Physicam transitum faciam, monendum superest, pro majori commoditate, modo telluris motum, modo quietem a me adhiberi. Cæterum me obedire profiteor Sanctæ Romanæ Ecclesiæ, quæ sapientissime omnino prohibuit, ne hypothesis Copernicana tanquam *Thesis* defenderetur.

A P P R O B A T I O.

R Everendissimo Patri Thomæ Augustino Ricchinio Ordinis Prædicatorum Sacri Palatii Apostolici Magistro satisfactus legi uti studiose, sic etiam libenter egregium opus, cujus hæc est inscriptio: *Institutiones Physicæ* &c. In eo autem nihil me testor, deprehendisse, quod Christianæ, Ortodoxæque Religionis decretis, rectæque morum institutioni minus esse consonum, videretur. Imo vero si non omnia ordine, accurate, graviter, dilucide denique, quod & auctori peculiare, in eo tradita me vidisse dicerem, certe mentirer. Id opus igitur, quod cum
ob

ob seriem rerum, quas continet, universam, tum maxime ob corollaria, quæ in extremo quoque capite leguntur, non studiosis adolescentibus modo, sed etiam eorum Magistris utile imprimis prospicio futurum, dignum esse ajo, quod in lucem quamprimum prodeat.

Dabam Romæ ex Monasterio S. Mariæ Novæ die 27. Mense Augusto ann. 1760. D. ALOYSIUS STAMPA Abbas Olivetanus, Promovendorum ad Episcopatum Examinator, & in Collegio Urbano de Propaganda Fide Studiorum Præfectus.

I N D E X.

P R O Æ M I U M.

CAP. I. **D**E natura, & divisione Physices. Pag. 1

CAP. II. De regulis philosophandi. 6

REGUL. I. Effectuum naturalium causæ non plures sunt admittendæ, quam quæ & veræ sunt, & effectibus explicandis sufficiunt. ib.

REGUL. II. Effectuum naturalium ejusdem generis eadem sunt causæ. 7

REGUL. III. Qualitates, quæ in omnibus Corporibus, in quibus experimenta sumere licet, sine ullo earundem qualitatum incremento, vel decremento observantur, pro universalibus corporum qualitatibus haberi debent. 9

REGUL. IV. In Philosophia experimentalis propositiones ex phenomenis per inductionem collectæ, non obstantibus contrariis hypothesebus, pro veris aut accurate, aut quam
pro-

proxime haberi debent ; donec alia occurrant phenomena , per quæ aut accurrationes reddantur , aut exceptionibus obnoxie . II

PARS PRIMA PHYSICÆ.

SECT. I. De universalibus corporum viribus . 13

CAP. I. De vi inertie , plurimisque inde colligendis Physices principiis . 14

ART. I. De vera notione , & existentia vis inertie . ib.

CONCL. Demonstratur vis inertie . 17

ART. II. De principio actionis , & reactionis . 25

CONCL. Reactionem actioni contrariam , & æqualem esse demonstratur . 26

ART. III. De virium compositione . 33

APP. De quibusdam capituli precedentis utilitatibus . 40

CAP. II. De vi attractionis , variisque illius speciebus . 45

ART. I. De attractione generatim considerata . 46

CONCL. Universalem inter corpora omnia attractionem demonstrant phenomena . 50

ART. II. De prima attractionis lege . 59

CONCL. Attractionis universalis lex est , ut corpora omnia sese attrahant in ratione directa massarum , & duplicata inversa distantiarum . 62

ART. III. De altera attractionis specie . 70

CONCL. Præter attractionis legem in ratione distantiarum duplicata decrescentem , admitenda est lex alia in ratione plusquam duplicata decrescens . 74

APP. De quibusdam capituli precedentis utilitatibus . 83

CAP. III. De gravitate constanti . 91

ART. I. De gravitatis terrestris affectionibus præcipuis . 92

ART. II. De causa gravitatis .

CONCL.

CONCL. A vortice Cartesiano repeti non potest
gravitatis causa, neque ab ullo impellente
fluido, quod easdem cum fluidis cognitis
proprietas habeat. 103

ART. III. De centro gravitatis. 113

APP. De quibusdam capitulis præcedentis utilita-
tibus. 126

SECT. II. De reliquis universalibus corporum
proprietatibus ex virium notione derivan-
dis. 136

CAP. I. De motu in genere variisque illius spe-
ciebus. ib.

ART. I. De motu generatim considerato. 137

ART. II. De rectilineo corporum descensu. 142

ART. III. De motu curvilineo. 149

CONCL. Gravitatis terrestris inæqualitatem de-
monstrant accuratissime instituta pendulo-
rum experimenta. 158

ART. IV. De corporum conflictu. 176

APP. De quibusdam capitulis præcedentis utili-
tatibus. 196

CAP. II. De extensione, & reliquis inde pen-
dentibus corporum proprietatibus. 208

ART. I. De extensione penetrabili. 209

CONCL. I. Validissimis rationibus probatur va-
cuum. 211

CONCL. II. Corpora omnia innumeris poris per-
tusa esse demonstratur. 221

ART. II. De extensione impenetrabili. 226

CONCL. Extensio quælibet in infinitum geome-
trice divisibilis demonstratur. 23

ART. III. De figurabilitate. 241

CONCL. De perfecta minimarum particularum
duritie, diversaque illarum natura nihil
affirmandum videtur. 249

ART. IV. De corporis natura. 257

APP. De quibusdam capitulis præcedentis utili-
tatibus. 264

INSTITUTIONES

PHYSICÆ.

IN UNIVERSAM PHYSICAM.

PRO ÆMIUM.

CAPUT PRIMUM.

De natura, & divisione Physices.

I. **P**HYSIKA dicitur illa Philosophiæ pars, quæ corporis naturalis proprietates expendit. In hac autem definitione probe notari debent verba *corporis naturalis*, quæ quidem apposite omnino dicta fuere, ut quæstiones plurimæ, quæ in sacra Theologia opportunius tractantur, ad hanc divinam scientiam reserventur. Itaque quidquid in corporibus præter consuetum naturæ ordinem, & per miraculum contingit, Physicorum contemplationi, & disputationi subjacere non debet. Hinc Physica definiri etiam solet *Philosophia naturalis*, vel *scientia natura*.

II. Duplicis generis proprietates in corporibus generatim distinguuntur. Aliæ sunt proprietates omnibus corporibus communes, quæ nempe deprehenduntur in omnibus corporibus, quæ nostris experimentis, vel observationibus subjici possunt, atque ideo proprietates illæ dicuntur *universales*. Aliæ autem proprietates in certis dumtaxat corporum speciebus observantur. Rursus autem proprietates universales vel eadem in corpori-

Jacq. T. IV.

A

cus

2 INSTITUTIONES PHYSICÆ.

bus perpetuo manent, vel per gradus crescunt, atque decrescunt, hoc est, ut loquuntur Scholastici: *Suscipiunt magis, vel minus*. Ad primam proprietatum universalium classem pertinent *Extensio, impenetrabilitas, vis inertiae, mobilitas, quietis, & figurae possibilitas*, sive, ut, vulgo dicitur, *quiescibilitas, & figurabilitas*. Ad secundam classem referuntur, *vis gravitatis, & vis attractionis*. Has enim vires juxta certam legem decrescere, demonstrabimus. Quod spectat proprietates speciales, eas scilicet, quæ certis dumtaxat corporibus conveniunt, has enumerare non licet; tot enim sunt, quot diversæ corporum species. Ad proprietatum illarum ordinem pertinent *fluiditas, elasticitas, pelluciditas &c.* Hic autem cavendum est, ne proprietates universales cum essentialibus confundantur; fieri enim potest, ut in corporibus certas perpetuo observemus qualitates, quæ tamen ad ipsam corporum essentiam non pertineant. Itaque monendi sunt studiosi adolescentes, ut corporum proprietates, illorumque effectus accurate contemplantur; quæstiones autem Scholasticas, quæ de proprietatibus essentialibus agitari solent, non multum curent; ex his enim nihil, vel parum utilitatis sperandum est; hujus moniti rationem explicavimus in Logica.

III. Pro duplici proprietatum genere duplex est Physicæ pars. Alia est Physica *generalis*, quæ universales corporum proprietates considerat: alia autem est Physica *particularis*, quæ certas dumtaxat corporum species expendit. Ex hac divisione patet, amplissimum esse Physicæ campum, & ad omnes

omnes fere scientias naturales extendi. Quia vero tam multa scire datum non est mortalibus pro temporis brevitatem, & humani ingenii limitatione, vastissimum illud argumentum intra justos limites coercere solent cultiores Physici. Itaque in Physica generali explicabimus universales corporum proprietates; deinde ad Physicam particularem gradum facientes, eas primum considerabimus præcipuas corporum species, quæ per experimenta nobis innotescunt, & tandem ad remotiora corpora assurgemus, quæ observationibus quidem, non autem experimentis subijci possunt. Sed hæc generatim dicta sint de Physices divisione, singula enim hujus divisionis capita suo ordine deinde rursus dividemus, & explicabimus.

IV. Physica sive generalis, sive particularis vel est *experimentalis*, vel *theoretica*. Physica experimentalis ea est, quæ corporum proprietates, & effectus experimentorum atque observationum ope ostendit. Physica autem theoretica ea dicitur, quæ non solum experimenta, & observationes adhibet, sed iis etiam ad inveniendos, vel explicandos naturæ effectus ratiocinando utitur. Probe autem distingui debent observationes, & experimenta; si nempe quidpiam attentius speculamur, quod natura nulla vi artis coacta demonstrat, ille speculandi actus non *experimentum*, sed *observatio* appellatur: contra autem physicum experimentum est tentamen, quo Artificis industria, atque opera exploratur, & ob oculos ponitur aliqua naturæ actio, quæ antea latebat, & lateret postea, nisi eadem a natura velut invitata per artem exprimeretur; e. g. Cælum

obducitur nubibus, nulla nostra opera interveniente. Si ergo nubes præsentēs attente intuemur, Cœlum nubibus obductum *observare* dicimur; at si ope antliæ pneumati- cæ ex globo metallico cavo aer educitur, ut deinde globus ad stateram appensus exami- netur, *experimentum* facere dicimur. Quia vero *phænomenum* appellatur id omne, quod sensibus conspicuum est; patet experimentis, & observationibus commune esse phænome- ni nomen.

V. Ex his intelligitur, quid inter Physi- cam pure experimentalem, & Physicam theoreticam intercedat; experimentum *ratio* non est, sed *factum*, & vi experientiae tan- tummodo cognoscitur, effectum aliquem ita se habere; at per Physicam theoreticam non solum effectus causa explicatur, sed etiam veritates universales colliguntur, & in re a- liqua data in quolibet simili casu conclusio- nes statuuntur. Itaque Physica experimen- talis est Physica *factorum*, Physica autem theoretica est *factorum* explicatio. Hinc ut sua laus unicuique iuste tribuatur, Physica mere experimentalis commendari quidem de- bet, sed manus magis, quam ingenii dexte- ritatem postulat; atque optandum maxime foret, ut qui manuum industria pollent, so- lam experientiam tractarent; alii vero qui meliori, nobiliorique sagacitate, ingenii sci- licet, præditi sunt, partem theoreticam sibi assumerent: & ita conjunctis viribus ad Phy- sices progressum conferrent.

VI. Quamvis Physica theoretica in effe- ctibus explicandis occupata sit; cavere ta- men maxime debent Physici, ne effectuum causas temerario proferant: igitur, ut to- tus

tus Physices scopus intelligatur, quid *causæ physicae* vocabulo significari velim clare exponam. Deus est prima, & unica rerum omnium causa; verum antequam ad primam alicujus effectus causam perveniamus, plurimæ aliquando percurrendæ sunt intermediae causæ, ita ut effectus alicujus causa non tam causa dici debeat, quam effectus alius, qui suam quoque habet causam, donec tandem perveniamus ad effectum, qui nullam agnoscat causam præter Deum, vel ipsam corporum naturam. Rem exemplo illustrabimus. Gravium descendendum legem accurate demonstrant Physici; hujus descensus causa est *gravitas*, quam velut effectum ex alia causa oriundum considerant plurimi Physici. Itaque licet corporum descensus proxima causa nota sit, gravitas nempe; ignota tamen est causa remota, sive causa gravitatis. Quare ut plurimum sistendum est in causis proximis, nec remotiores causæ afferri debent, nisi fuerint perspicue cognitæ; inde autem fit, ut in rebus physicis multa confusio per læpe oriatur. Quæ cum ita sint, jam evidens est, in Physica theoretica confidenter ostentandas non esse causas ultimas, sed satis esse proximas, vel remotas, quæ clare innotescere possunt; & quidem ulterior cognitio exiguæ admodum esset utilitatis. Si enim descensus leges demonstraverit Physicus, si effectus gravitatis æstimare, & ad calculum revocare noverit, eadem in humanam societatem redundat utilitas, etiam si gravitatis causa nos lateat. Itaque probe tenendum est, cum esse debere melioris Physicæ scopum, ut nempe varii effectus probe observentur, accurate æstimentur, & ad no-

6 INSTITUTIONES PHYSICÆ.
stram utilitatem transferantur . Ut autem
hunc scopum pro mea tenuitate attingam ,
singulis Physices capitibus in varios arti-
culos juxta methodi regulas opportune divi-
dendis Appendicem adjungam de uniuscujus-
que capitis utilitate, vel in artibus , vel in
aliis etiam disciplinis.

C A P U T II.

De Regulis philosophandi.

QUatuor primariis regulis comprehendi
solet universa philosophandi ratio ,
quas quidem regulas, utpote in rebus
physicis, utilissimas, fusius explicabimus.

R E G U L A P R I M A.

*Effectuum naturalium causæ non plures sunt
admittendæ, quam quæ & veræ sunt, &
effectibus explicandis sufficiunt.*

HÆC regula multas complectitur par-
tes seorsim declarandas ; & 1. qui-
dem oportet causam esse veram , ideoque
excludi debent non solum causæ commentiti-
æ, quas existere repugnat , sed etiam cau-
sæ mere possibiles ; itaque satis non est , ut
causa aliqua possit existere, sed etiam oportet
ut revera existat . Licet igitur philoso-
phicarum hypotheseon absurditatem , & re-
pugnantiam demonstrare non possimus , si
tamen nulla ratiocinatione , nullis experi-
mentis, aut observationibus probari possint,
eas e Physica longe exulare jubemus . Cæ-
terum hanc primam regulæ partem ex aliis
se-

sequentibus regulis clarius licebit intelligere. 2. Oportet ut causa sufficiat, hoc est, singulis effectus explicandi partibus, & circumstantiis debet satisfacere; alioquin tota non haberetur effectus causa. 3. Tandem non plures admittendæ sunt causæ, quam quæ satis sunt; etenim receptum est in omnibus disciplinis principium: *Entia non sine necessitate esse multiplicanda; nec fieri debere per plura, quod potest fieri per pauciora*. Cæterum evidens est, huic regulæ præmittendam esse certissimam effectus cognitionem, nec aggrediendam esse, quod tamen persæpe fit, effectus alicujus explicationem, nisi effectum ipsum existere certo constiterit. Ita Plutarchus olim hanc sibi proposuerat quæstionem: *cur pulli equini, si a lupis fuerint infectati, velocius currere soleant*: variis explicationibus quæsitis veram tandem solutionem proponit: *Sed id, inquit, fortasse verum non est*.

REGULA SECUNDA.

Effectuum naturalium ejusdem generis eadem sunt causæ.

HÆc secunda regula, quæ *analogia natura* solet appellari, ex prima facile derivatur. Etenim per primam regulam, natura simplex est, & sibi semper consona, neque superfluis causis redundat. Porro effectus ejusdem generis, sive omnino similes, diversis causis tribui, naturæ simplicitati omnino repugnat. Ita gravium descensus in Europa, & America eidem causæ tribuendus est. Pari ratione cum in omnibus homi-

A 4. nibus

nibus eadem respirationis instrumenta demonstrent observationes anatomicæ, eandem esse in singulis respirandi causam, merito concludimus. Nulli exceptioni obnoxia esse potest hæc regula; quod autem incautos Philosophos in errorem aliquando inducat, id fit ex ipsius regulæ abusu; præcipiti nempe iudicio persæpe credimus, similes esse effectus, qui tamen sunt inter se diversissimi. E. G. Venti præseferunt analogiam quamdam, ventosque singulos, tanquam effectus ejusdem generis facile sibi persuaderet, qui singulas circumstantias, variasque condiciones accurate non consideraret. Cavendum ergo est diligenter, ne ex characteribus mere externis de perfecta effectuum similitudine audacter pronuntiemus. Ita plantæ quædam lethales externam plantarum salubrium speciem imitantur, sed principio quodam interno, & non facile conspicuo inter se maxime differunt. Sæpe enim miramur improvvisum alicujus causæ effectum, alium plane diversissimum expectantes. Hæc autem effectuum diversitas proculdubio tribui debet causarum varietati, & subtilissimæ conditioni nobis imperviæ. Itaque id summopere curandum est, ut nempe certo compertas habeamus omnes effectuum partes, conditionesque singulas; si autem eo pervenire liceat, jam regula extra omnem dubitationem posita est. Immerito igitur hujus regulæ vim enervare conantur aliqui Philosophi. Re quidem vera si de effectuum perfecta similitudine vel minimum supersit dubium, errori obnoxia esse potest analogiæ regula, atque in hoc casu certissima veritatis norma haberi non debet. Quamvis autem analogia de-

demonstrationis vim non semper obtineat, attamen tantam conciliat probabilitatem, ut non solum in rebus physicis, sed etiam in tota fere vivendi, agendique ratione sine stultitia rejici non possit: ita si domus hodie sit firmissima, crastina die sine ullo timore eandem domum ingredi possum, si nullum appareat ruinæ indicium; quamvis tamen fieri possit, ut ob causam aliquam latentem præceps ruat ædificium. Huic regulæ inniuntur pleræque hominum actiones. Etenim actiones suas secundum experientiam moderantur sapientes homines, in gravissimis negotiis experientia magistra utuntur, & quid agendum sit in casu singulari, judicant ex eo, quod factum fuit in alio casu præterito, cui præsens similis est, vel apparet. Manifestum autem est, hanc agendi rationem nihil aliud esse, nisi perpetuum hujus regulæ usum.

REGULA TERTIA.

Qualitates, quæ in omnibus corporibus, in quibus experimenta sumere licet, sine ullo eorumdem qualitatum incremento, vel decremento observantur, pro universalibus corporum qualitatibus haberi debent.

HÆC regula, qua universa Physica, tanquam fundamento innititur, ex analogia naturæ evidens est; at non sine maxima diligentia adhiberi debet. Et i. quidem satis non est, experimenta in paucis corporibus haberi, sed in maximo corporum numero institui debent. Præterea etiam requiritur, ut qualitates illæ incerta lege non

augeantur, neque minuantur; qua enim ratione decreverent, possent quoque minui in infinitum, atque tandem omnino evanescere. At si qualitates certa lege crescant; & decrevant, quales sunt gravitas, & attractio, jam qualitates illæ in omnibus corporibus observatæ pro universalibus corporum qualitatibus haberi debent, certis tamen gradibus crescentes, & decrecentes. Hinc patet, quodnam sit discrimen inter qualitates, quæ sine ulla lege augentur, atque minuuntur, & qualitates alias, quæ certa lege crescant, atque decrevant. E. G. Calor in certis gradibus crescit, atque decrevit; verum gravitas, & attractio, certa servant distantiarum legem, quam deinde considerabimus 2. Inter proprietates universales aliæ distinguendæ sunt, quæ non solum per experimenta innotescunt, sed etiam ex ipsa corporis notione colliguntur; aliæ autem per sensus tantum, atque experimenta acquiruntur. Quod spectat primi generis qualitates, evidens est illas competere singulis corporibus, iis etiam, quæ sensuum potestatem, & vim omnem fugiunt. Quod autem attinet qualitates alias per sensus tantum acquisitas, haud pari jure ad corpora quælibet transferri possunt; quod quidem monitum volui, ut altercationes omnes philosophicas effugerem; in nostris enim institutionibus physicis nihil affirmare volo, nisi quod omnino negari non potest ab iis, qui rem probe tenent, atque intelligunt. Ita cum non desint Philosophi, qui simplicissima admittunt materiæ puncta, indivisibilia, inextensa, quæ omni carent figura; licet qualitates illas in omnibus

bus observemus corporibus, quæ sub sensu cadere possunt, minus tamen accurate easdem proprietates transferre liceret ad puncta materiæ, quæ sensuum nostrorum limites excedunt; nisi aliunde qualitates illæ ex ipsa corporis notione colligantur, metaphysicisque argumentis comprobentur. Sed hac de re fusius differere ad præsentem locum non pertinet; interim monere satis sit, præsentem regulam eo, quem dixi, modo explicatam in dubium vocari non posse. Qua enim ratione adfirmamus extensa, gravia &c. esse corpora, quæ in terræ gremio alte delitescent, nostrisque experimentis subijci non possunt, nisi vi hujus regulæ? Et certe non sine summa insipientia aliquis negaret universales corporum proprietates, nisi eas in corporibus singulis manibus tractasset, suisque experimentis comprobasset.

R E G U L A Q U A R T A.

*In Philosophia experimentalis propositiones ex phænomenis per inductionem collectæ, non obstantibus contrariis hypothesebus, prove-
ris aut accurate, aut quam proxime haberi debent; donec alia occurrant phænomena, per quæ aut accuratiores reddantur, aut exceptionibus obnoxie.*

HAC ultima philosophandi regula statuitur, hypothesebus quibuscumque anteponendas esse propositiones ex observationibus, & experimentis collectas. Et quidem cum hypotheses mera sint ingenii figmenta, evidens est, propositiones, quæ aliqua observationum, vel experimentorum auctoritate

nituntur, præferendas esse puris hypothesibus, quæ nullam habent nisi ipsius ingenii fingentis auctoritatem. Ex hac ratiocinatione manifestum etiam est, inductionibus, quæ ex phænomenis derivantur, justam probabilitatem tribuendam esse; eo scilicet accuratior censeretur debet inductio, quo plura sunt phænomena, quibus satisfacit; si consentiat cum plurimis, habenda est quam proxime vera; si cum omnibus, vera est accurate; si autem contraria occurrant phænomena, restringi debet inductionis veritas. Ad hanc regulam referuntur ea omnia, quæ de opinionum probabilitate, & hypotheseon usu explicavimus in Logica; quare non est, quod hujus regulæ explicationi diutius immoremur.

P A R S P R I M ¹³ A

P H Y S I C E S,

S E U

PHYSICA GENERALIS.

S E C T I O I.

De universalibus corporum viribus.

AB extensione, & impenetrabilitate Physices initium sumere solent plerique Philosophi. At cum virium doctrina ad universales alias corporum proprietates detegendas, atque explicandas breviorē, tutiorēque viam aperire videatur, a vulgari Physicæ tradendæ methodo mihi deflectendum esse existimavi. Hic autem de viribus rursus monendum est, quod de causis jam diximus, nempe *vis* nomine, nihil aliud intelligimus, nisi effectum aliquem dato aliquo tempore productum, nec leviter quidem attingere volumus inanissimas quæstiones de virium natura, an sint *entitates* aliquæ corporibus in hærentes, an quodlibet aliud. Itaque ne profligatas veterum Scholasticorum qualitates occultas in scenam revocare videamur, hæc definitio nominis probe tenenda est. Et quidem unusquisque facile experitur, sibi nullam esse virium notionem, nisi effectum aliquem sibi repræsentet. Porro quamvis hæc Sectio
de

14 INSTITUTIONES PHYSICÆ.
de corporum viribus inscribatur; sæpe ta-
men, data occasione, per alias corporum
proprietas excurremus, si nempe rerum per-
spicuitas, & doctrinæ ordo id postulaverint.

CAPUT PRIMUM.

*De vi inertia, plurimisque inde colligendis
Physices principiis.*

ARTICULUS I.

De vera notione, & existentia vis inertia.

I. **V**IS inertia dicitur illa proprietas,
qua corpora statum suum, vel mo-
tus, vel quietis perpetuo tueri conantur.
Hujus definitionis partes singulas explicabi-
mus. Non solum corpora statum suum quie-
tis perpetuo servant, seclusis viribus quibus-
libet impressis, quod quidem a nemine in-
dubium vocatur, sed etiam seclusis omnibus
impedimentis, statum motus perpetuo reti-
nent, hoc est, si corpus moveatur, moveri
perget in infinitum eadem semper velocita-
te, & in linea recta, nisi causa aliqua cor-
poris directionem, & velocitatem turbave-
rit. Vim illam in corporibus non sentimus,
nisi illorum statum mutare conemur; ille
autem conatus ad mutandum corporis ali-
cujus statum dicitur *actio*; at conatus, quo
corpus aliquod status mutationi resistit, vo-
catur *resistentia*, vel *reactio*. Itaque vim
inertia, tanquam mere *passivam* habere pos-
sunt Physici, qui vis passivæ nomine eam
vim intelligunt, quæ ex se nullum exercit
effectum, nisi a vi alia excitetur; sed res-
est

est levioris momenti, & de nomine minime litigandum est. At vis inertiae confundi non debet cum vulgatissimo Scholasticorum principio de *indifferentia materiae ad motum, & quietem*; hoc enim principio nihil aliud intelligendum videtur, nisi ad essentiam materiae non pertinere, ut perpetuo moveatur, vel perpetuo quiescat; at inde nullatenus colligitur in motu, vel quiete perpetuo manere corpus, quod movetur, vel quiescit, seclusis omnibus impedimentis.

II. Ut tota hæc doctrina in bono lumine collocetur, pauca de motu præmittenda sunt, fusius deinde explicanda. Quamvis ita clara sit, ac perspicua motus notio, ut nulla definitione indigeat; a Physicis tamen definiri solet motus *continua, & successiva loci mutatio*. Hic autem locum generatim consideramus, & abstrahimus a loco *absoluto*, vel *relativo*, ac proinde etiam a motu *absoluto*, vel *relativo*. Velocitas dicitur illa corporis affectio, qua datum aliquod spatium dato tempore percurrit. Rursus velocitas dicitur *uniformis*, sive *æquabilis*, si æqualibus temporibus æqualia spatia describantur; secus autem, *variabilis* appellatur. Inde autem plurima fluunt consectaria, quæ quidem sunt per se manifesta. Si velocitas uniformis fuerit duplo, vel triplo major &c. erit spatium eodem tempore descriptum duplo, vel triplo majus &c. ac proinde velocitates sunt directe, ut spatia. Contra autem si maneat idem spatium, existente velocitate duplo, vel triplo majori &c. erit tempus duplo, vel triplo minus &c. ideoque *velocitates sunt reciproce, ut tempora*. Quare generatim si spatium dicatur
S, ve-

S, velocitas V , tempus T , erit $V = \frac{S}{T}$

& $TV = S$, hoc est: *Spatia sunt in ratione composita velocitatum, & temporum.*

His autem præmissis facile intelligitur, quid sit *quantitas motus*: si corpus aliquod moveatur, singulas ejusdem corporis particulas eadem velocitate moveri necessum est; si enim aliæ irent tardius, aliæ velocius, jam solveretur partium nexus, nec corpus maneret continuum, quod est contra hypothesim. Porro *quantitas motus* nihil aliud est, quam aggregatum, seu summa omnium velocitatum; quare evidens est, *quantitatem motus esse productum ex numero partium, sive ex quantitate materiæ in velocitatem*. Si igitur duorum corporum velocitates dicantur V, v , quantitates materiæ Q, q , spatia iisdem temporibus percursa S, s , quantitates motus A, a ; erit $A : a = QV : qv = QS : qs$; sunt enim velocitates, ut spatia iisdem temporibus descripta. Jam si quantitates motus ponantur æquales; erit $QV = qv$, & $QS = qs$, ideoque $Q : q = v : V = s : S$, hoc est: *quantitates materiæ sunt in ratione reciproca velocitatum, aut spatiorum*. *Quantitas materiæ* appellari etiam solet *massa*, & *quantitas motus* dicitur etiam *vis motrix*. At si nulla habeatur ratio quantitatis materiæ, solaque consideretur velocitas, aucta, vel retardata; tunc vis illa appellatur *vis acceleratrix* in primo casu; in altero autem *retardatrix*. His præmissis sit

CON-

CONCLUSIO.

DEMONSTRATUR VIS INERTIÆ.

I. Vim inertię demonstrat experientia. Et quidem quod spectat corpora quiescentia, ea in quiete perpetuo manere observamus, nisi vi aliqua ad motum concitentur. Si autem aliquando ignota vi corpus moveri contingat, id tamen non sine latente vi aliqua fieri, ex analogia naturę jure optimo concludere debemus; & revera existit motus causa, licet sensus nostros fugiat, & nulla aliquando fortasse detur causa corporea, quod quidem probe notandum est. Et enim quamvis sine alio corpore impellente corpora non moveri ut plurimum observemus, analogię tamen lege abuteretur, qui corpora nulla sine alterius corporis impulsu unquam moveri pronuntiaret. Et certe si gravitatis causam attente quis meditatus fuerit, eam ab aliquo corpore repetendam esse non facile concedet, quinimmo in contrariam Nevvtonianorum opinionem propensior erit. Sed hac de re data opera deinde sermonem habebimus.

Quod spectat corpora ad motum semel concitata, ea in motu diutius perseverare observamus, quo magis de medio tolluntur impedimenta. Quare si ita removeri possint obstacula omnia, quę sane sunt plurima, ut nullę omnino sint vires retardatrices, merito asserere possumus, perpetuum futurum esse corporum motum. Pari ratione affirmare licet motum perpetuo futurum esse uniformem, & rectilineum; diminutis enim

enim impedimentis, ad uniformitatem, & rectilineam directionem corpus magis tendere deprehenditur. Si globus aliquis eximie perpolitus in superficie plana probe lævigata incedat, in linea recta progredi videtur, neque ad dexteram declinans, neque ad sinistram; donec tandem motus extinguatur asperitate plani, aliisque impedimentis, quæ nulla vitari possunt hominum industria; at quo pauciora manent impedimenta, eo magis experimenta ad veritatem accedunt.

Doctrinam hanc variis exemplis illustrare non abs re erit. Corpus in navigii tabulato constitutum quiescit, manente navigii motu constanti, & uniformi; porro si corpus tenderet ad quietem, ad ipsum gubernaculum corpus illud fugere deberet, quod quidem non minus mirandum videretur, quam si, quiescente navi, idem corpus gubernaculum versus sponte recederet. Præterea si corpus directionem motus sponte mutare posset, in prædicto casu, navigii scilicet motu uniformi, & rectilineo delati, corpus illud non quiesceret, quod est observationi contrarium. At si navigii motus subito sistatur, homines stantes in navi antrosum præcipites ruent, quod facile experiri quisque potest stans in curru celerrime delato, cujus motus statim sistitur, is enim in partem cursus anteriorem sese raptum sentiet, Si vas aquæ plenum in tabula aliqua collocetur, & vi satis magna impellatur, aqua in vase sub initio motus versus partes motui vasis contrarias tendere videbitur; non quod revera talis motus aquæ impressus sit, sed cum aqua in eodem quietis.

tis statu perseverare conetur, vas motum suum aquæ statim imprimere non potest, ac proinde aqua, ut ita dicam, a vase relicta, & revera quiescens locum mutare videbitur. Tandem postquam vasis motus in aquam transiit, & aqua una cum vase uniformiter, & eadem celeritate progredi cœperit, si vasis motus subito cohibeatur, aqua tamen in eodem motu perseverare conabitur, & supra vasis latera assurgeret. Huic causæ tribuendum est, quod navi turbulento mari jactata in ipsa sedentes homines, doloribus, nausea & vomitu afficiantur, præsertim si mari non fuerint assueti; etenim liquores in ventriculo, intestinis, vasis sanguiferis, ceterisque canalibus contenti navis jactionibus non statim obediunt; unde in corpore humano fluidorum motus turbabitur, & morbi orientur. Ex his omnibus sic tandem argumentamur: vis illa tanquam universalis corporum omnium proprietas haberi debet, quam in singulis corporibus observamus; atqui vim inertiae, quoad partes singulas, in omnibus corporibus experimur quantum ferre potest experimentorum diligentia. Ergo &c.

II. Corpora mutationi status resistere demonstrant rationes Metaphysicæ. Et quidem si corpora mutationi status non resistent, corpus quodlibet etiam valde magnum e quiete ad motum, vel e motu ad quietem non solum facili manu, sed etiam sine ullo conatu posset reduci; vis etiam minima motum quantumvis magnum posset producere, vel etiam sistere; nullaque foret inter causam, & effectum proportio, quod repugnat Ontologiæ principiis, atque experientiæ. Et

Et certe hanc proportionem ostendunt quoque experimenta; si enim producenda, vel extinguenda sit eadem velocitas in corpore duplo, vel triplo majori &c. id fieri non posse experimur sine vi duplo, triplo majori &c. ac proinde *vis inertiae est, ut quantitas materiae*; si autem, manente eadem quantitate materiae, producenda, vel extinguenda sit velocitas duplo, vel triplo major &c. adhiberi debet vis duplo, vel triplo major &c. ac proinde *vis inertiae est, ut velocitas producenda, vel extinguenda*. Quare generatim *vis inertiae est, ut quantitas motus producenda, vel extinguenda*. Hæc ratiocinatio accurate quidem demonstrat, corpora mutationi status resistere, ac proinde vi inertiae prædita esse; at vis inertiae partes singulas, perpetuam scilicet motus uniformitatem, illiusque rectilineam directionem non æque evincit. Argumentum aliud desumi solet ex principio rationis sufficientis. Si enim corpus sibi ipsi relinquatur, nullaque accedat vis contraria; in statu suo perseverare debet, cum nulla sit ratio, cur statum mutet. Id quidem facile concedunt Philosophi, si agatur de corpore quiescente; negant autem nonnulli de corpore moto, quod suapte natura ad quietem tendere affirmant: iis ergo ratio sufficiens est ipsa corporis indoles, & natura. Quamvis autem non raro utilissimum sit rationis sufficientis principium; quia tamen sæpius mortales latet rerum ratio, fateri debemus, principium illud caute admodum adhibendum esse. Quæ cum ita sint, patet, vim inertiae, si partes ejus singulas consideremus, habendam esse tanquam principium experientia magis, quam accurata aliqua demonstratione innixum.

Objic.

Objic. Si corpus aliquod in aere deferatur, sibi que permittatur, sponte descendit sine ulla vi impellente. Ergo corpus non perseverat in quiete, seclusa etiam vi qualibet impressa.

Resp. distinguo antecedens. Sine ulla vi impellente, quæ sensibus conspicua sit: concedo ant. sine ulla vi impellente, quæ sensus fugiat: Neg. ant. & conf. Imperita hominum multitudo sensuum erroribus assueta sibi facile persuadet, corpora sine ulla vi in terram descendere, cum nullam videant. Unde credunt plerique homines, corpora descendere, quia non sustentantur. Verum etiam si nulla oculis pateat vis extrinseca, nullam tamen esse, temerario quis affirmaret. Fingere enim possumus fluidum quoddam subtilissimum omnem oculorum aciem longe fugiens; vel etiam, ut Newtonianis placet, vim quamdam internam sine ullo interveniente fluido possumus admittere, ut jam observavimus. Sed argumentum illud fuisse, & accurate convenienti loco persequemur. Hunc vulgi errorem quotidiano experimento depellere satis erit. Si corpus in tabula horizontali constituitur, qua de causa per tabulae superficiem motu horizontali non incedit corpus illud cum nihil impediat? Cur sursum non ascendit idem corpus cum nihil motui secundum hanc directionem resistat? Cum ergo corpus deorsum moveatur, necessum est, ut vi aliqua, quaecumque sit, urgeatur. Merito igitur Philosophi mirantur corporum descensum, quem sine ulla difficultatis suspitione negligenter aspicit hominum vulgus. Cæterum ex hac responsione patet, vim inertiae diversam omnino esse a vi gravitatis, qua

qua nempe corpora deorsum urgentur. Et quidem vis inertiae secundum quamlibet directionem sentitur; si enim corpus aliquod e quiete ad motum, vel e motu ad quietem reducere, quis tentaverit secundum quamlibet directionem vel horizontalem, vel perpendicularem, aut utcumque obliquam; id fieri non posse, sentiet, sine conatu aliquo, sine resistantia aliqua; imo si quis corpus descendens manu superne percutiat, resistantiam aliquam experietur; corpus nempe resistit accelerationi motus secundum ipsam descensus, seu gravitatis directionem. Itaque evidens est, vim gravitatis longe differre a vi inertiae, & vires illas duas ab imperitis hominibus perperam confundi.

Instabis: 1. si corpus in plano etiam eximie lævigato incedat, sensim languescit motus, atque tandem omnino extinguitur. Si globus filo suspensus agitur, variosque itus & reditus perficit, sensim breviores fiunt globi vibrationes, atque tandem evanescent. In ludo *trudiculari* globulus eburneus per aliquod tempus motu rectilineo in tabula progreditur, sed in certis casibus, veluti sponte, per eandem lineam rectam ad partes contrarias recedere videtur. Tandem si corpus aliquod secundum directionem horizontalem, vel ad horizontem obliquam projiciatur, in terram recidit curvam describens. Itaque sic argumentari licet; corporibus tribuenda non est vis illa, quam negare videntur experimenta, atqui &c. Ergo.

Resp. Concedo majorem. Nego minorem. Objecta experimenta explicabimus. Ad primum patet responsio ex dictis; nullo enim artificio removeri possunt omnia impedimen-

ta,

ta, ac proinde mirum non est, quod sistatur tandem penduli motus aeris resistantia, filique in puncto suspensionis impedimento retardatus. At si maxima industria filum suspendatur, per longum satis tempus perseverat illius motus. Quod autem in certis casibus globus eburneus in contrariam partem tendere videatur, id fit, quod globus motum aliquem circa axem in partes contrarias admiserit, qui quidem motus adhuc perseverat extincto motu rectilineo, ac proinde globulus in contrariam directionem recedere videbitur, donec asperitate plani extinguatur ipse quoque rotationis motus. Denique quod corpora horizontaliter, vel oblique projecta per curvam relabantur, nihil repugnat vi inertiae, quae vires alias quaslibet excludit. Porro in praesenti casu praeter motum impressum agit etiam vis gravitatis, quae corpus deorsum revocat. At si nulla adesset vis gravitatis, corpus recta, & uniformiter abiret in infinitum secundum directionem motus impressi. Qua ratione autem compositis simul duobus motibus, motu scilicet impresso, & motu ex vi gravitatis oriundo, curva describatur, & quanam curva ex tali motuum compositione oriatur, deinde suo loco demonstrabimus.

Instabis. 2. Si corpus nostrum moveatur, vel in obstaculum aliquod impingat, sensationum nostrarum testimonio acquirimus vis cujusdam majoris, vel minoris notionem, quam ex quiete nullatenus comparamus. Et quidem corpus quiescens nullum unquam motum producere poterit, contra autem corpus incurrens in corpus quiescens, illud movebit. Ex his ergo sic concludere licet: vis illa
in

in corpore quiescente saltem admitti non debet, quæ in corporum motu tantum sese manifestat. Atqui &c. Ergo &c.

Resp. concedo maj. nego minorem. Facile sibi persuadent homines meditationibus philosophicis non satis assueti, in corporibus motis adesse conatum quemdam, quo carent corpora quiescentia; inde autem originem habet error ille, quod inanimatis corporibus ea facilius tribuamus, quæ in proprio corpore observamus. Porro dum vis nomen ad inanimata corpora transferimus, levi etiam attentione patet, id fieri non posse, nisi in triplici dumtaxat sensu. 1. Si corpori inanimato propriam sensationem tribuamus, quod est absurdum: 2. Si vis nomine intelligamus metaphysicam quamdam entitatem a nostris sensationibus diversam; quam quidem nulla ratione intelligere, nec proinde definire possumus. 3. Tandem si vis nomine significemus effectum ipsum, vel proprietatem aliquam effectui manifestatam, cujus causam non investigamus. Hæc autem ultima significatio sola est rationi consona. At si vis nomini hanc significationem tribuimus, jam corpori quiescenti æque, ac moto competit, & quietis non minus, quam motus continuatio tanquam lex naturæ haberi potest. Tandem dum corpus incurrens corpori quiescenti motum imprimit, id facere non potest sine aliqua proprii motus jactura. Quæ quidem jactura oritur ex vi, qua corpus quiescens status mutationi resistit; ac proinde corpori quiescenti non secus, ac corpori moto tribuenda est vis ad conservandum statum suum, quamcumque notionem huic vocabulo jungere placeat.

In-

Instabis 3. Si corpora prædita sint vi inertiae, jam nulla est motus continuati causa; atqui motum sine causa continuari repugnat. Ergo &c.

Resp. Nego maj. frustra quidem Philosophi de motus communicatione tantas lites excitant. Continuati motus nulla alia agnoscenda est primaria causa præter Deum optimum maximum, qui non motum dumtaxat, sed res omnes conservat; secunda autem causa est ipsa vis inertiae. Nec alia ratione perseverat motus, quam qua continuantur corporis alicujus figura, color, aut aliae hujusmodi affectiones, quæ semper eadem permanerent, nisi vis aliqua eas turbaverit. Multo quidem rectius, & utilius se gererent Physici, si motus retardati, vel accelerati rationes, legesque investigarent. Hic autem observandum superest, nos minime definitum velle, an vis motricis actio *continuata* esse debeat, an satis sit actio *instantanea* nullo deinde impedimento turbata. Quæstio illa ad æstimandos effectus, quod in Physica unice volumus, superflua omnino est, & ad Metaphysicam pertinet, stricteque conjuncta est cum disputatione, quam de rerum conservatione in Metaphysicis Institutionibus tractavimus.

ARTICULUS II.

De principio actionis, & reactionis.

I. **A**ctionem corporis definire solent plerique Physici vim, quam corpus aliquod in aliud corpus exercet, seu vim, qua corpus aliquis aliud corpus premit, vel
Jacq. T. IV. B per-

percutit; at talis definitio ipsa re definita obscurior videtur; nos autem omnem ambiguitatem removere vel maxime studentes, recordabimur, in corpore, quod *actu* movetur, vel ad motum tendit, nihil aliud clare intelligi, nisi ipsam quantitatem motus quam habet, vel quam haberet, sublatis omnibus impedimentis; ac proinde actio corporis per ipsam motus quantitatem dumtaxat sese manifestare intelligitur. Itaque actionis vocabulo nullam aliam notionem subjici volumus, nisi ipsam quantitatem motus *actu* productam, vel producendam, si omnia removerentur impedimenta. Inde autem statim intelligere licet, quid sit *reactio*: nihil enim aliud est, nisi actio contraria, nempe quantitas motus in corpore agente amissa, vel amittenda.

II. Receptum est apud Physicos principium: *actioni semper equalem esse, & contrariam reactionem*. Quid hoc principio intelligendum veniat, ex dictis evidens est; nempe in omni actione corporea tantum motus corpori *agenti* decedit, quantum corpori *patienti*, sive actionem suscipienti accedit. Illud autem utilissimum in universa Physica principium sequenti conclusione explicabimus.

C O N C L U S I O.

REACTIONEM ACTIONI CONTRARIAM, ET ÆQUALEM ESSE, DEMONSTRATUR.

I. Principium illud ex vi inertiae facile derivatur. Etenim si corpus aliquod certam motus quantitatem in alio corpore producat, id fieri non potest, nisi mutationi status resistat

sistat corpus, quod datam motus quantitatem accipit. Necessum est igitur, inter corpus *agens*, & corpus *patiens* mutuam veluti pugnam excitari, ita ut quantum motus accipit corpus patiens, tantum amittat corpus agens. Etenim ponamus, reactionem actioni æqualem non esse; jam corpus patiens omni mutationi status non resisteret, sed alicui dumtaxat mutationis parti, quod falsum esse, demonstravimus in præcedenti conclusione. Itaque patet, actionis, & reactionis æqualitatem necessarium esse vis inertiae corollarium.

II. Idem principium experimentis, & exemplis demonstratur, atque illustratur. Si corpus unum in alterum quiescens impingat, quid quid motus quiescenti corpori imprimi-
tur, tantumdem impingenti subtrahitur. Si corpora ambo moveantur, & ad easdem tendant partes; corpus, quod celerius movetur, in aliud, quod movetur tardius, incurrit, & tantum motus amittit, quantum acquirit corpus fugiens. Si corpora duo sibi obviam eant, sive in contrarias tendant partes, qualiscumque motus mutatio corpori uni accidet, eadem omnino corpori alteri continget; ita ut æqualis semper fiat in utroque corpore motuum jactura secundum propriam motus directionem. Casus singuli ad experientiam revocari facile possunt, si observentur spatia ab iisdem corporibus motu uniformi eodem tempore descripta: cum enim spatia illa sint inter se, ut velocitates, ob datas corporum massas habebitur quantitas motus ante, & post conflictum, ideoque instituta comparatione innotescet quantitas motus per conflictum acquisita, vel amissa. Hæc autem experimenta omnia actionis, & reactionis æ-

quilitati semper consona deprehenduntur, quantum patiuntur inevitabiles superficierum asperitates, aliaque impedimenta plurima. Sed tota res multo magis perspicua fiet, ubi conflictuum leges explicabimus. Actionis, & reactionis æqualitatem observare licet in attractionibus magneticis. Non solum magnes trahit ferrum, sed vicissim ab ipso ferro æqualiter trahitur, ita ut æquales sint motus quantitates tum in magnete, tum in ferro productæ. Experimentum hoc modo institui solet. Imponitur magnes suberis frusto, & ferrum alio suberis frusto pariter imponitur, ut nempe hoc artificio tam magnes, quam ferrum æque libere innatare possint. Deinde manu retinetur magnes; ferrum videbimus ad magnetem accedere; si vero ferrum immobile teneatur, ad illud magnetem accedere observabimus. Sed si utrumque corpus aquæ innatare libere permittatur, magnes, & ferrum sibi mutuo obviam ire conspicientur, ita ut spatia a ferro, & magnete percurra semper sint in ratione reciproca massarum. Itaque æquales sunt quantitates motus hinc & inde genitæ, ut patet ex demonstratis in articulo præcedenti.

Eadem lex variis exemplis confirmatur, atque illustratur. Si navigium remis agatur, aqua per remorum palmulas retrorsum versus gubernaculum propellitur, rursus aqua in remos æqualiter agit, eosque una cum navigio cui affixi sunt, versus partem contrariam impellit, & hac vi promovetur navigium. Aqua scilicet reactione sua tantum motus imprimit navigio, quantum ipsa remorum vi accepit; atque hinc intelligitur, eo celerius progredi navigium, quo majores sunt,

sunt, vel numero plures remorum palmulæ, vel etiam quo celerius intra aquam agitantur. Hinc cum natatio nihil aliud sit, quam brachiorum, pedumque remigium; facile intelligitur, cur intra aquas promoveamur natando. Dum scilicet per manuum, pedumque palmas aqua retrorsum pellitur, illa iterum agendo in contrariam partem natantes propellit. Eodem artificio utuntur pisces, qui pro varia motus directione aquam repetitis, variisque caudæ ictibus feriunt. Idem etiam dicendum est de avium volatu; dum enim aves alarum impetu aerem deorsum verberant, aer avium alas sursum sublevat; si versus orientem pellatur aer, reactio aeris aves in occidentem impellit.

Actionis, & reactionis exemplum videre est in tormentis bellicis. Pulvis pyrius intra tormentum bellicum accensus rarefit, & vi sua æqualiter agit in globum missilem, & in tormentum, e quo exit globus; aer enim rarefactus in omnem partem sese expandens tam tormentum retrorsum, quam globum antrosum urgebit, æqualem in utroque producens motus quantitatem; atque ea de causa fit, ut tormentum bellicum sibi relictum ad distantiam satis magnam recedere videatur. Hanc reactionem experiuntur, qui sclopetis tractandis non sunt assueti. Si enim sclopeti caput faciei, vel humero proximius non satis firma manu retineant, validissimum reactionis ictum sentient. Plurima alia, & quidem utilissima exempla asserere possem; sed cum ad alias Physicæ partes pertineant, de his sermo deinde recurret. Cæterum ex dictis satis demonstratum est actionis, & reactionis principium.

Objicies. Inter varia actionis, & reactionis exempla hoc primum a celeberrimo Newtono adhibetur: si equus lapidem funi alligatum trahit, æqua vi retrahitur equus in lapidem. Verum ex illa actionis, & reactionis æqualitate nullus unquam sequi posset motus. Si enim vis agens æquali resistentia absorbetur, atque retunditur, qui fieri potest, ut in prædicto exemplo equus lapidem trahat? Itaque sic argumentari licet: principium illud admitti non debet, quod perpetuam quietem, perpetuumque æquilibrium induceret; atqui &c. Ergo.

Resp. Concedo maj. nego min. Nonnulli Philosophi objectionem præcedenti decepti de actionis, & reactionis æqualitate dubitarunt, sed tota obiectio pura nominis ambiguitate male fulcitur. Itaque confundi non debent *vis*, & *actionis* nomina; vis corporum non est actio ipsa, idque allato exemplo manifestum fit. Dum equus lapidem trahit, totam vim suam non impendit ad superandam lapidis resistentiam, sed aliquam dumtaxat vis suæ partem, quæ *actio* dicitur. Itaque per reactionem lapidis eam vis suæ partem equus amittit, quæ necessaria est ad vincendam lapidis resistentiam, vi autem reliqua equus lapidem trahit. Porro evidens est, legem æquilibrii longe differre a principio actionis, & reactionis; duæ enim vires dicuntur in æquilibrio, si fuerint æquales, & oppositæ, nullusque, manente æquilibrio, contingere potest motus. Verum quamvis actioni æqualis, & contraria sit reactio, non tamen vi toti reactio semper æqualis est: dum autem id contingit, in hoc casu habetur æquili-

quilibrium, tumque vis tota æqualis est actioni.

Instabis 1. Si quis in navigio sedens, conto, vel alio quolibet instrumento navigium a litore repellat, id fit reactione ipsius litoris, ac proinde ex principio mox explicato eadem motus quantitas, qua navigium recedit a litore, in ipsam litus transferri deberet; atqui hoc est absurdum. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Accurate distingui debet quantitas motus ab ipsa velocitate. Si quantitates motus fuerint æquales, erunt velocitates in ratione reciproca massarum, ex demonstratis, ac proinde quo major est massa, eo minor est velocitas. Jam vero litus est firmissimus obex, & corpus immensum, si conferatur cum navi; ac proinde litoris velocitas erit minima, & physice nulla. Quamvis ergo nullam in magnis corporibus velocitatem observemus, motus quantitas potest esse maxima.

Instabis 2. omnia corpora in superficie terræ posita versus terram gravia sunt; hac vi gravitatis corpora ad telluris superficiem descendunt. Consentiant Philosophi omnes, corpora descendunt a tellure attrahi, quæcunque sit hujus attractionis causa, de qua quidem maxime dissentiant; Igitur si corpora a tellure trahantur, tellus vicissim trahetur a corporibus. Ita dum lapis ad terram descendit, terra vicissim ad lapidem assurgit, & æquales erunt motus tum in lapide, tum in terra geniti; atqui hoc repugnare omnino videtur: Ergo &c.

Resp. Nego min. ex præcedenti responsione facile solvitur hæc objectio. Re quidem vera æquales sunt motus quantitates tum in

B 4 lapi-

ARTICULUS III.

De virium compositione.

I. **V**irium *compositio* dicitur virium plurimum in vim unicam contractio; quia vero virium nomine nihil aliud intelligimus nisi motus ipsos dato aliquo tempore productos, hinc patet, virium compositionem nihil aliud esse, quam ipsam compositionem motuum. Itaque motus compositus dicitur is, qui ex pluribus motibus diversam directionem habentibus resultat; neque enim tanquam compositum habemus motum illum, qui ex pluribus motibus in eandem directionem conspirantibus, vel directe oppositis oritur. Evidens enim est, in primo casu unicum esse motum summæ motuum æqualem; in altero autem casu motus æqualis est motuum differentia, quæ quidem differentia si nulla fuerit, hoc est si quantitates motus fuerint æquales, & directe oppositæ, habetur æquilibrium. Motuum compositorum doctrina cum ipsa vi inertiae necessario ordine conjuncta est; ut ex dicendis manifestum fiet.

Fingantur rectæ AB, AD (*Fig. 1.*) perpendiculares, & æquales, quæ exhibeant vires secundum directiones AB, AD; sive, quod idem est, quæ repræsentent spatia datis viribus eodem tempore motu uniformi percur-
sa. Corpus immineat motuum angulo A, urgeaturque viribus secundum directiones AB, AD; dato quolibet tempore corpus vi unica secundum AD percurrat spatium AC; eodem tempore vi unica secundum AB per-

B 5

cur-

curreret spatium AI spatio priori AC æquale; ex demonstratis de vi inertię. Jam ponamus, corpus illud viribus duabus simul urgeri, quo tempore progreditur per AC , ascendet quoque per AI , vel CE ; sunt enim per constructionem rectę AI , CE , itemque IE , AC æquales, & parallelę; ergo corpus reperietur in directionum AB , & AD concursu; ac proinde in concursu rectarum IE , CE , hoc est in diagonali quadrati $AIEC$, atque ad punctum E perveniet eodem tempore, quo motibus sejunctis percurreret AC , vel AI , ut patet. Eadem ratiocinatio ad aliud quodlibet tempus transferri potest; cum enim spatia AI , IE , itemque AB , BF sint æqualia; erit $AI:IE::AB:BF$; ac proinde cum sint IE , AC , itemque BF , AD æquales, & parallelę, erit recta AF diagonalis quadrati $ABFD$. In hac demonstratione velocitates non solum ponuntur uniformes, sed etiam æquales; at evidens est, totam demonstrationis seriem perinde se habere, etiamsi velocitates non fuerint æquales. Etenim velocitates uniformes sunt, ut spatia iisdem temporibus descripta: ergo velocitas per AI est ad velocitatem per IE , ut AI ad IE , ut AB ad BF , ac proinde $AI:IE::AB:BF$; ideoque eadem manet demonstratio, quę etiam valet, quamvis velocitates non fuerint uniformes, dummodo tamen in eadem data ratione semper accelerentur, vel retardentur. Puta, si velocitas per AD sit dupla, vel tripla &c. velocitatis per AB ; res perinde se habet, quomodocumque acceleretur, vel retardetur velocitas per AB , & AD , dummodo velocitas per AD semper maneat dupla, vel tripla &c. velocitatis per AB ;

AB; quod evidens est, cum perpetuo servetur triangulorum AIE, ABF similitudo.

Hoc ergo est universalissimum principium. Si corpus urgeatur duobus motibus, quorum directiones eundem angulum semper contineant, corpus illud describet diagonalem parallelogrammi, cujus latera sunt spatia secundum utramque directionem eodem tempore percurta; dummodo tamen maneant prædictæ motuum conditiones; si nempe directiones eadem maneant, & velocitates sint uniformes, aut similes. Adolescentum imaginatio in hac demonstratione sublevari potest exemplo normæ, quæ sibi semper parallela uniformiter moveatur; interea dum corpus aliquod uniformiter quoque progreditur secundum ductum normæ, quam corpus perpetuo radat.

In hoc autem exemplo; atque in præcedenti demonstratione unum monendum est. In hoc scilicet exemplo, atque etiam in tota demonstrationis hypothese vires duæ tanquam seorsim agentes perpetuo considerantur, quod quidem a statu quæstionis non nihil abludere videtur; cum primo motus initio vires duæ simul imprimantur, & deinde conjunctim agant. Itaque ut præcedens demonstratio ad severitatem geometricam sit omnino composita, ostendi debet, demonstrationem perinde se habere, siue vires considerentur seorsim, siue conjunctim, quod quidem facile præstari potest; nam ponamus vires duas dato aliquo tempore seorsim uniformiter agere in corpus A; & deinde corpus illud sibi relinqui, seu ab ipsis viribus deferri; evidens est, in hoc casu describi diagonalem, ut patet ex demonstratione præce-

denti, & ex vi inertiae; valet autem demonstratio, si vires duæ dato quolibet tempore seorsim considerentur; itaque ex temporis conditione, vel limitatione nullatenus pendent corporis directio, & velocitas, ac proinde describitur diagonalis, etiamsi tempus ponatur minimum, vel nullum, dum scilicet vires duæ conjunctim agunt. Vulgari demonstrationi, quæ in omnibus Physicorum libris passim legitur, addenda est hæc ratiocinatio; quamvis enim verum sit principium, siue considerentur vires seorsim, siue conjunctim, res tamen non ita est evidens, ut sine demonstratione prætermitti debeat.

Motus compositi exemplum præbet cymba, profluente amne, delata. Si quis e cymba interim progrediente in litus desilire voluerit, eum, quem sibi proponit, litoris locum non attinget. Motus enim ille componitur ex duplici motu, navigii scilicet, & hominis desilientis; ac proinde in hoc casu per motuum diagonalem homo ad litus perveniet. Idem est exemplum hominis præcipiti curru devecti, & interim sese in terram proripientis; quod quidem temere omnino fit; si enim satis magnus non sit desilientis hominis impetus, & currus ad saltus partem declinaverit, rotis ipsis imminere, & opprimi facile poterit imprudens homo.

II. Quamvis duas dumtaxat vires consideraverim; simili tamen ratiocinatione patet, vires utcumque numero plures in unicum diagonalem componi posse. Etenim considerentur primum vires duæ, quarum inveniatur diagonalis, quæ proinde vires duas repræsentabit. Deinde diagonalis illa conferatur cum

vi tertia, & iterum inveniatur diagonalis, & ita deinceps, donec perveniatur ad communem virium omnium diagonalem, quæ *media directio* appellatur, atque hæc erit via, quam corpus his omnibus viribus simul sollicitatum percurreret. Evidens autem est, vim quamlibet compositam inversa operatione in vires per latera resolvi posse, atque hæc operatio *virium resolutio* vocari solet. Cavendum tamen est maxime, ne vis composita cum viribus per latera confundatur; vis composita viribus componentibus æqualis non est; cum enim vires componentes exhibeantur per latera trianguli, cujus tertium latus est ipsa vis composita; patet, vires componentes majores esse vi composita, quemadmodum latera duo trianguli sunt tertio quolibet majora. At vires illæ *æquipollentes* merito dici possunt; hoc est, motus perinde se habet, sive corpus urgeatur viribus duabus per latera, sive urgeatur vi unica per diagonalem ex duabus viribus composita.

III. Hactenus consideravimus vel motus uniformes, vel similes; at si motus neque uniformes fuerint, neque similes, ita ut spatia iisdem temporibus descripta datam inter se rationem non habeant; evidens est, similia non esse triangula ex motibus componentibus, & ex diagonali formata; ac proinde singulis temporibus minimis directionem perpetuo mutat diagonalis, ideoque abiret in curvam. Exempli gratia recta CD . (*Fig. 2.*) exhibeat spatia motu uniformi descripta, rectæ autem perpendiculares, ut EI &c. exhibeant spatia vi aliqua perpetuo acceleratrice percursa. Corpus motu uniformi sollicitatum per CD recta abiret in infinitum, singulis tem-
 pori-

poribus æqualibus æqualia spatia describens per vim inertiae. At ob vim acceleratricem per EI, corpus his duabus viribus sollicitatum progreditur per curvam CI. Etenim menentibus CE, EF æqualibus, erit CG minor, quam GH ob motum perpetuo acceleratum secundum directionem EI. Igitur triangula CEI, CFK, CDB non sunt similia, ac proinde cum triangula illa utcumque minima concipi possint, evidens est rectas quascunque EI, FK, DB ad lineam rectam non pertinere, ac proinde diagonalis est curvilinea.

IV. Si recta CA consideretur tanquam axis curvæ, erunt CG, vel EI, GH, vel FK *abscissæ*, rectæ autem GI, vel CE, HK, vel CF &c. *ordinate*. Iam vero natura, si-
ve *æquatio* curvæ definitur ex ratione abscissarum ad ordinate; quare patet, curvam duabus quibuscunque viribus descriptam pendere ex ipsa virium natura, seu ratione. Cæterum ex demonstratis patet, vi unica curvam describi non posse; corpus enim per vim inertiae vis impressæ directionem, seu lineam rectam perpetuo sequitur; quare dum corpus curvam aliquam describit, duabus saltem viribus illud sollicitari, necessum est.

Curvam quamlibet considerant Geometræ tanquam polygonum constans ex lateribus rectis tangentibus numero infinitis, & infinite parvis; quare dum corpus movetur in arcu curvæ infinitesimo, idem omnino est ac si moveretur per tangentem infinite parvam. Si ergo statim desineret actio vis per EI, corpus abiret secundum directionem tangentis per vim inertiae; hinc fit ut curva quælibet considerari possit tanquam duabus
viri-

viribus genita, quarum una dicitur *tangentialis*; altera autem, quæ corpus a tangente retrahit, *centripeta* appellatur; quod quidem nomen retinet, siue vis illa ad unum punctum perpetuo dirigatur, siue directionem perpetuo mutet. Vis autem contraria, qua corpus ab arcu ad tangentem conatur deflectere, vocatur vis *centrifuga*.

V. De viribus centripeta, centrifuga, & tangentiali, data opera, quantum licet, deinde tractabimus. Hic observare satis sit, vim tangentialem, & centrifugam ex vi inertiae originem quidem habere; at cavendum est diligenter, ne vis centrifuga expressa per lineolam IE confundatur cum vi tangentiali, quæ exprimitur per CE, in quem errorem mirum sane est, quam graviter in tanta rerum physicarum luce prolapsi sint viri doctrinae fama celebres. Et quidem virium illarum nec conveniunt directiones, ut patet, neque etiam mensuræ, imo vis tangentialis infinites major est vi centrifuga. Sit Ac (fig. 4.) arcus circuli infinitesimus; erit AM, vel BC ad MC, vel AB, ut MC ad MD. Quia vero arcus AC est infinitesimus, erunt rectæ AB, & MC infinitesimæ, ac proinde MC erit infinitesima respectu MD, ideoque BC erit infinitesima respectu AB. Quare vis tangentialis AB est infinite major vi centrifuga BC. Alterum tandem monendum est, vim centripetam, & centrifugam per eandem lineolam exprimi, ac prinde æquales esse; cum enim vires sint, ut spatia iidem temporibus minimis descripta; evidens est, vim centripetam, & centrifugam, quæ per idem spatium eodem tempore minimo descriptum exhibentur, æquales esse. Quamvis

vis autem æquales sint vires illæ, longe tamen inter se differunt; nam vis centrifuga est vis *passiva* dumtaxat, quæ nullum exerit effectum, nisi cessante vi centripeta; hæc autem ultima est vis *activa*, quæ nempe perpetuo agit.

VI. Virium centripetæ, & centrifugæ exemplum præbet lapis funda circumactus. Manus lapidem retinens exhibet vim centripetam; vis autem, quæ funem tendit, qua scilicet lapis conatur recedere a circumferentia circuli descripti, repræsentat vim centrifugam. Et requidem ipsa, si manus lapidem deferat, statim lapis abit per tangentem circuli antea descripti. Hæc autem pauca dicta sint; de hoc enim utilissimo argumento sermo deinde recurret.

Alteram quam breviter attingimus, motus compositi speciem oculis demonstrant corpora per aerem horizontaliter, vel oblique projecta: motu composito igneam curvam in aere delineant tubuli nitrato pulvere referti. In his casibus duæ considerandæ sunt vires, una scilicet *projectionis* ex manu, vel pulvere pyrio oriunda; altera autem est vis gravitatis, qua corpus motu accelerato descendit; sed hujus curvæ naturam demonstrabimus, ubi de corporum projectorum motu.

A P P E N D I X .

De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.

I. **M**aterialem cogitationis expertem esse, invictissimis argumentis in Metaphysica

fica jam ostendimus ; quamvis autem fide divina certissimum sit primum illud Religionis dogma, varia tamen argumenta conquirere, & adversus incredulos congerere religiosos Philosophos maxime decet. Vix suspicari quis statim posset, vim inertiae aliud Philosophis suppeditare hujus dogmatis argumentum, quod tamen valide urgeri potest ; & quidem substantia cogitans vim habet mutandi statum suum, potest nempe cogitationem praesentem deferere, & ad aliam transire, actionem aliquam velle, aut respuere ; quam quidem facultatem proprio conscientiae testimonio experimur. Cum ergo vis inertiae universalissima sit materiae proprietas, ita ut nulla materiae pars statum suum vel leviter sponte mutare possit ; manifestum est, cogitandi facultatem ad materiam pertinere non posse. Neque est, quod objiciant, vim inertiae locum habere dumtaxat in materia nullo principio intelligente informata ; nam rursus : principium illud intelligens materiae conjunctum vel est materiale, vel non. Si primum, jam eadem recurrit cogitandi impossibilitas ; si secundum, principium illud facultatem cogitandi ex se habere necessum est sine ullo materiae auxilio, quae ipsa non habet cogitandi vim, quam proinde nullo modo conferre potest. Itaque ex duarum substantiarum, quae cogitare non possunt, conjunctione oriri non potest cogitandi facultas. Praeterea perversissimi homines, qui materiae cogitationem non repugnare asserunt, si impiissimi Spinoes sectatores excipiamus, non inficiantur, existere substantias spirituales, & intelligentes ; cum ergo vim intelligendi habeant, principium intelligens nulla

ma-

materiæ ope ad cogitandum indiget. Itaque hoc argumentum validissime propugnari potest contra eos, qui spiritus extra materiam existere fatentur; at contra Spinosistas aliis agendum est argumentis, quæ in nostris institutionibus metaphysicis explicavimus, vel prius demonstranda est spirituum extra materiam cogitantium existentia. Neque est tandem, quod objiciant, Deum omnipotentem his duabus substantiis simul conjunctis tribuere potuisse vim cogitandi, quam materiæ convenire non posse, proprio loco ostendimus; ex præcedenti ratiocinatione id saltem evidens fit, universalissimis materiæ proprietatibus repugnare, ut materia vim cogitandi habeat. Nemo igitur nos tanquam ultra modum religiosos reprehendat, quod hujus ratiocinationis pondus argumentis metaphysicis adjungamus.

II. Actionis, & reactionis exempla avium volatu, piscium natatu, remorum actione afferre solent Physici. Idem vero principium ad eximiam utilitatem traduxit vir doctissimus Daniel Bernoullius qui in egregio opere, cui titulus est *Hydrodynamica*, novum, & hætenus inauditum navigandi genus proposuit sine velis, & remis, quod quidem paradoxum omnino videbitur. Rem paucis exponam. Navigio versus puppim firmiter alligari præcipit Bernoullius carnalem utrinque apertum, & aquæ perpetuo plenum, quod quidem sine magno labore antliarum ope præstari potest. Jam aqua ex canali versus puppim effluens, in ipsam maris aquam agit, ipsa autem reagit, atque hac perpetua reactione antrosum propellitur navis, & sine velis, ac remis gubernatur; quo quidem lo-

quen-

quendi modo res impossibilis, & absurda exprimi solet. Hujus reactionis æstimandæ ratio ad sublimiorem fluidorum doctrinam pertinet, neque tantam rerum physicarum difficultatem præsens locus sustinet; quia tamen novus illud navigationis modus ex actionis, & reactionis principio natus est, in præsentii appendice hanc doctissimi viri cogitationem opportune interponendam esse, existimavi. Neque deerunt fortasse imperiti homines, qui rem velut insulsam rideant; at Philosophi est magnorum virorum meditationes venerari, & tamen perpendere, atque, si fieri possit, ad experientiam revocare. Ego autem in navicula non sine successu rem tentavi, atque inito calculo invenitur, tantam hoc artificio obtineri posse prægrandis etiam navis velocitatem, quæ magna remigum manu vix ac ne vix quidem haberi potest. Calculo quidem subijci non possunt inordinatæ aquarum directiones, marisque jactationes, ac proinde minuitur inventi utilitas, non tamen omnino tollitur. Hæc maxima saltem haberi poterunt commoda; nempe naves bellicas in præliis navalibus, deficiente omni vento, quo lubet, agere licebit, atque etiam brevibus trajectibus serena tempestate, tranquilloque mari instituendis inservire poterit talis navigii usus.

III. In capite præcedenti de vi centrifuga brevem mentionem iniecimus. Ex hujus vis doctrina innumeræ in societatem humanam derivarunt utilitates, quarum unam hic seligere satis erit. Clarissimo viro *Desaguliero* debetur machina, quæ *rota centrifuga* appellatur; ex tympano ligneo parum alto constat hæc machina, cujus cavitas in duodecim

cim cellulas distributa est, singulæ autem cellulæ ad tympani centrum protensæ, cum aere externo communicant ex parte circumferentiæ, quæ pro cellularum numero duodecim quoque foramibus pertusa est. Tympanum hoc modo comparatum capsula majori parallelopipeda includitur, atque axe ita trajicitur, ut manubrii ope extra capsulam prominentis converti possit. Rebus ita dispositis, si tympanum velocissime circummagatur, aeris particulæ in tympano inclusæ revolvuntur, ac proinde vim centrifugam acquirunt, & exitum quærunt. Quare si in plano rotationis aperiantur foramina, quibus annectantur flexiles tubuli extra cubiculum protensi, aer in tympano conclusus, revoluta machina, exhibit; aer autem in cubiculo contentus per foramen rotationis plane perpendiculare tympani cavitatem ingreditur, aeri expulso statim succedet aer iterum quoque expellendus. Jam vero quantum aeris excluditur, tantum quoque advenit per fenestras, januas, vel etiam cubiculi rimas. Quare patet, id tandem commodum nos lucrari, ut, repetitis motibus, nil fere pristini aeris supersit, quod quidem eximiae utilitatis esse potest in nosocomiis, in fodiis, aliisque locis impuro aere sædatis. Hujus machinæ utilitatem maximam testatam fecere peritissimi navium Præfecti, qui in longinquis navigationibus hujus rotæ beneficio sese liberatos fuisse referunt a frequentissimo, perniciosissimoque morbo, qui *Scorbutus* dicitur. Dolendum ergo est, quod utilissima inventa respuere soleant plerique homines haud satis æqui talium rerum aestimatores. Cæterum prædictæ machinæ usus oculis quoque fit conspicuus, si ae-

si aeris loco crassiores fumum ex saccharo excitatum in tympani cavitatem introducamus; hunc enim, circumacto tympano, velocissime extrudi observabimus. Idem quoque alio experimento manifestum fiet; si nempe foramini in ipsa vis centrifugæ directione aperto objiciatur candelæ flammula, hanc extrorsum pelli, & statim extinguere videbimus: contra autem introrsum urgebitur, & extinguetur, si alteri foramini, quod rotationis plano perpendiculare est, admoveatur; quod quidem manifestissimo est argumento, pari ratione aerem ex una parte introduci, ex altera autem ejici. Hujus machinæ partes singulas explicare, & vim totam calculo æstimare nec præscripta his institutionibus brevitatis, nec rei difficultas patiuntur. Ex universa Physicæ serie magis ac magis fiet manifesta capitis præcedentis utilitas, quam paucis exemplis indicasse satis sit, ut studiose juventuti instilletur præclarissimi studii amor, quantum unicuique pro vivendi instituto, & ratione licet.

C A P U T II.

De vi attractionis, variisque illius speciebus.

A *Ttractio* generatim spectata dicitur vis, qua corpora in se mutuo, vel ad punctum aliquod tendunt, quod *centrum virium* ideo appellatur. Variæ sunt attractionum species, quarum aliquæ certis dumtaxat corporibus competunt; talis est vis *magnetica, electrica* &c. sed speciales illæ attractiones ad Physicam particularem pertinent. Aliæ autem attractiones omnibus corporibus con-
ve-

veniunt, ac proinde in Physica generali considerandæ. Duplex autem est hujusmodi attractio universalis; alia inter magna corpora, & ad magnas exercetur distantias; alia inter minimas corporum particulas viget, & in minimis dumtaxat intervallis. De hac utraque attractionis specie tractabimus, & generalem attractionis doctrinam præmittemus.

ARTICULUS I.

De attractione generatim considerata.

I. **C**ORpus aliquod projectum fringatur vi impressa secundum directionem AF (*Fig. 3.*) & interim vi alia perpetuo tendat versus punctum S; tempore minimo corpus vi impressa per AF describere ponatur lineolam AB, tempusculo altero æquali percurreret æqualem lineolam BC, & ita deinceps. Jam vero dum corpus pervenit ad B, agat vis tendens ad centrum S, qua vi sola corpus describere possit lineolam BE; completo parallelogrammo EBCD, motu composito corpus describet diagonalem BD (ex articulo præcedenti). Ex elementis Geometriæ evidens est, æqualia esse triangu-
 lula ABS, SBD æqualibus temporibus descripta. Etenim triangu-
 lula ABS, SBC æqualia sunt, cum æquales habeant bases AB, BC, communemque verticem S. Præterea æquantur triangu-
 lula BSD, BSC super eadem basi BS, & inter easdem parallelas BS, CD constituta. Igitur æqualia sunt triangu-
 lula BSD, BSA, utpote æqualia eidem triangulo BSC. Quod autem demonstravimus de minimis duobus triangulis ABS, BSD, idem facile intel-

intelligitur de alia qualibet triangulorum ferie; & quidem seclusa vi tendente ad centrum S , corpus per vim inertiae moveri pergit secundum BD ; sed accedente vi versus S , eadem ratiocinatione patet tertio tempore æquali æquale triangulum describi. Igitur æqualibus temporibus æquales triangulorum areae percurruntur, tempore duplo describitur area dupla, tempore triplo tripla; quare generatim areae tempore quolibet descriptae sunt temporibus proportionales. Jam ponamus, polygonum hoc modo descriptum ex lateribus numero infinitis, & infinite parvis compositum abire in curvam, manifestum est corpus circa centrum virium S perpetuo describere areas temporibus proportionales. Demonstratum ergo est præclarissimum theorema, quod Astronomiae, & universae fere Physicae fundamentum est, nempe: *si corpus describat curvam quamlibet vi tendente ad punctum aliquod in curva datum; corpus illud describet areas circa idem punctum temporibus proportionales.*

Viceversa *si corpus moveatur in curva, & areas temporibus proportionales circa punctum aliquod describat; urgetur vi tendente ad illud punctum.* Etenim si vis alia ad punctum extra S diversum tenderet, jam directio CD non foret directioni BE parallela; ac proinde triangula BSC , BDS super communem basim constituta non forent inter easdem parallelas, nec proinde æqualia, quod est contra hypothesim; ponimus enim, areas temporibus proportionales esse, ac proinde æqualia esse minima triangula temporibus æqualibus descripta. Itaque demonstratum etiam est, corpus, quod movetur in curva, & areas

areas circa punctum aliquod temporibus proportionales describit, urgeri vi ad illud punctum tendente. Ex hoc theoremate universa pendet attractionis doctrina.

Ex hoc ipso theoremate evidens est, velocitatem corporis in diversis curvæ punctis eo majorem fore, vel minorem, quo minor est, vel major recta a centro virium ad tangentem perpendiculariter ducta; nempe *velocitates sunt reciproce, ut perpendiculara e centro virium in tangente demissa*. Etenim velocitates utcumque variabiles tempore infinite parvo tanquam uniformes considerari possunt; ob minimum, sive infinitesimum velocitatis incrementum, vel decrementum. Itaque velocitates uniformes per AB, BD sunt, ut spatia AB, BD iisdem temporibus minimis descripta; sunt autem spatia illa bases triangulorum æqualium ASB, BSD, quæ proinde sunt reciproce, ut perpendiculara ex centro S in bases AB, BD demissa; sed polygono in curvam abeunte, latera AB, BD evadunt tangentes curvæ in punctis A, & B; erunt igitur velocitates in singulis curvæ punctis reciproce, ut perpendiculara ex centro virium in tangentes demissa. Quod quidem corollarium eximie utilitatis esse, ex dicendis manifestum fiet.

II. Attractionem in variis curvis considerare solent, qui sublimiorem Physicæ doctrinam explicant; nos vero facilitati studentes in circulo dumtaxat rem considerabimus, atque hanc hypothesim ad physicam veritatem, quantum licet, accurate transferre conabimur. Revolvatur in peripheria circuli ACD corpus A (*Fig. 4*) quod ubi ad A pervenit, sublata vi tendente ad centrum,

trum, qua in circumferentia retinetur, per
 tangentem AB in infinitum excurreret; ita-
 que ut corpus in peripheria detineatur, ne-
 cessum est, vim aliquam perpetuo agere,
 quæ corpus urgeat versus D per spatium
 BC; interea dum mobile vi impressa pro-
 grederetur per spatium infinitesimum AB;
 his enim viribus conjunctis mobile describet
 lineam AC. Hæc omnia facile patent ex
 demonstratis de virium compositione. Vis,
 quæ exhibetur per BC, dicitur *attractio*,
 quam alio nomine vim *centripetam* appella-
 vimus; vim autem, qua mobile ex arcu
 curvilineo transit ad tangentem, quæque
 exhibetur per CB, diximus vim *centrifuga*;
 ambæ autem vires communi nomine
centrales vocantur. Igitur lineola BC expri-
 met vim centram. Jam vero in circulo
 ducta chorda infinitesima AC, erit ob trian-
 gulorum ACD, ACM similitudinem AM
 vel BC: $AC = AC : AD$, ac proinde
 AC^2

AM, vel BC $= \frac{AC^2}{AD}$; hoc est vis centra-

lis in circulo est, ut quadratum chordæ di-
 visum per diametrum: quia autem arcus
 infinitesimus, illiusque chorda æquipolleat,
 loco chordæ substituere licet ipsum arcum,
 ideoque vis centralis est ut quadratum ar-
 cus divisum per diametrum, vel per radium;
 cum enim virium centralium rationem dum-
 taxat hæc formula exprimat; perinde est,
 siue diametrum, siue semidiametrum adhi-
 beamus. Porro vis centralis nomen retinet
 attractio, etiam si vis illa ad unicum pun-
 ctum non dirigatur: singulis temporibus di-
 rectionem mutare potest; ut enim mobile

Jacq. T. IV.

C

cur-

curvam describat, satis est, vis centralis directionem non congruere cum ipsa directione tangentis, quod quidem evidens est ex articulo præcedenti. His præmissis in proximo articulo fufius explicandis, fit

C O N C L U S I O .

UNIVERSALEM INTER CORPORA OMNIA
ATTRACTIONEM DEMONSTRANT
PHOENOMENA.

I. Circa solem revolvi observantur stellæ quinque, *planetæ*, sive *erraticæ* ideo appellatæ. Harum nomina sunt: *Mercurius*: *Venus*: *Mars*: *Jupiter*: *Saturnus*. Planetas illos ita circa solem revolvi, demonstrant observationes Astronomicæ, ut radiis ad solem ductis areas describant temporibus proportionales. Lex illa, qua planetæ circa solem areas describunt temporibus proportionales, ab inventore suo *Prima lex Kepleri* solet appellari. Saturnum comitantur stellulæ quinque, quæ satellites dicuntur, & Iovem quatuor; illi autem satellites, qui *planetæ secundarii* etiam appellantur, eadem lege circa planetas primarios revolvuntur, areas scilicet circa suos planetas, & circa solem ipsum describunt temporibus proportionales. Revolvitur quoque Luna circa terram nostram, radiisque ad ipsius centrum ductis areas describit temporibus, quam proxime proportionales. Igitur planetæ primarii vi centripeta tendunt in Solem, & planetæ secundarii tendunt quoque in suos primarios, atque in Solem ipsum; Luna etiam vi centripeta ungetur in terram. Porro a-

ctio-

ctioni æqualis est, & contraria reactio; ergo mutua est attractio, nempe planetæ attrahuntur a Sole, & viceversa Sol trahitur a planetis; satellites tendunt in planetas primarios, & contra planetæ primarii in secundarios, ac proinde Luna tendit in terram, & vicissim terra in Lunam. Hanc mutuam lunæ, tellurisque attractionem demonstrant astronomicae observationes plurimæ, sed explicata Astronomiæ doctrina tota res deinde facilius intelligetur, quare mutuam planetarum attractionem nunc generatim ostendere satis erit. Cum inter planetas primarios, & secundarios, inter solem, & planetas singulos actio sit reciproca, inter varios planetas actionem quoque mutuam esse, ex analogia naturæ colligi potest; hanc autem ratiocinationem, quæ non satis firma fortasse videbitur, confirmant errores in Saturni, Jovisque motibus ex mutua illorum actione oriundi. Pro varia planetarum illorum distantia a sole, & a se invicem, pro diversa illorum mutua, & respectu solis positione, multæ in illorum motibus observantur inæqualitates, quæ nulli alteri causæ, quam mutux attractioni tribui possunt. Qua enim ratione alia fieri posset, ut planetæ illi pro varia positione suos motus turbarent? nisi vi aliqua attrahente, quæ in minoribus distantis major est, in majoribus autem minor. Errores in Jovis, & Saturni motibus sese facilius Astronomis conspicuos præbent; certum enim est, planetas illos esse reliquorum omnium longe maximos, ac proinde & major esse debet actio mutua; sed hujus attractionis

lègem in proximo articulo expendemus, & attrationis doctrinam magis, ac magis declarabimus.

II. Vim attractivam, qua sese mutuo petunt corpora cœlestia, inter corpora terrestria etiam vigere ostenditur exemplo lunæ. Satis accurate ponunt Astronomi, lunam motu uniformi circa terram revolvi in circulo, cujus radius æqualis est sexaginta semidiametris terrestribus. Itaque cum circumferentiarum peripheriæ sint inter se, ut radii, erit orbis luminaris circumferentia circuli maximi terrestris circumferentia sexagesies major. Inventa autem est circuli maximi terrestris circumferentia pedum parisiensium 123249600, ac proinde nota est orbis lunaris peripheria, quæ sexagesies major est. Jam vero tempus periodicum lunæ, quo nempe luna circa terram revolvitur, est dierum 27. horarum 7. minutorum primorum 43. quia autem motus ponitur uniformis, facile invenitur spatium dato aliquo tempore descriptum, V. G. minuti unius primi tempore. Sunt enim spatia velocitate uniformi percurra directe ut tempora, quare per *regulam trium* dicatur: tempus totum periodicum lunæ est ad tempus minuti unius primi, ut tota lunaris orbis peripheria ad ejusdem orbis arcum tempore minuti primi descriptum. Datis autem in proportionibus tribus terminis, datur & quartus, ac proinde invenietur arcus minuti unius primi tempore descriptus, cujus arcus quadratum dividatur per lunaris orbis diametrum, habebitur, ex demonstratis, lineola BC, hoc est, vis centripeta lunæ; hæc autem
li-

lineola inito calculo inventum æqualis pedibus 15. $\frac{1}{12}$ parisiensibus ; nempe talis est vis centripeta lunæ in distantia a terra semidiametrorum terrestrium sexaginta , ut luna , urgente vi illa, tempore minuti unius primi versus terram descenderet per spatium pedum 15. $\frac{1}{12}$. Jam fingamus , lunam accedere ad terram , erit velocitas lunæ sexagesies major ; sunt enim velocitates reciproce , ut perpendiculares ex centro virium ad tangentes demissæ , hoc est in ratione semidiametrorum ex hypothese orbis circularis . Itaque luna prope terram tempore sexagesies breviori , nempe minuto uno secundo describeret pedes 15. $\frac{1}{12}$; dato enim spatio velocitates uniformes sunt inverse ut tempora ; sed hoc idem spatium eodem tempore percurrunt gravia terrestria : igitur vis centripeta lunæ , & vis centripeta terrestris sunt ejusdem generis , cum eandem utraque mensuram habeat , eandemque directionem . Ergo luna , graviaque terrestria tendunt in terram , atque etiam se mutuo trahunt corpora omnia terrestria non secus , ac faciunt cœlestia , per legem analogiæ .

III. Non solum in se mutuo tendunt corpora , sed etiam eadem vi mutua pollent omnes corporum partes ; alioqui tota dissolveretur corporum , tellurisque compages . Illa autem attractio non solum mutua est , sed etiam æqualis ; etenim distinguatur terræ moles in binas quascunque partes vel æquales , vel utcumque inæquales ; jam si partium attractio mutua non foret , atque et-

iam æqualis, attractio minor cederet majori, & partes conjunctæ recta moveri pergerent in infinitum. Partes igitur sese mutuo æqualiter urgent, ita ut actioni semper æqualis sit, & contraria reactio, quæ quidem omnia allato jam antea magnetis exemplo illustrari possunt; quod autem dictum est de binis utcunque terræ sectionibus, idem quoque intelligitur de aliis quibuscunque corporum partibus. Itaque attractionem universalem demonstrant phænomena cœlestia, atque terrestria, ita ut hanc naturæ legem in dubium vocare non possit ingenuus Philosophus; quæcunque sit attractionis causa, quam deinde variis in locis data occasione expendemus. Hæc doctrina mortalibus omnibus tandiu ignota a Nevvtono tandem admirabili quadam felicitate in bono lumine collocata est. Extiterant sane, qui ante ipsum attractionem nominarent. Keplerus, qui motuum cœlestium leges felicissime detexit, earum causas per *magnetismum* quemdam explicare conatus est. Verum quæ hac de re protulit, tam incerta ratione deducta sunt, & plerumque etiam ita sunt absurda, ut cum iis comparata, quæ Nevvtonus certissima methodo invenit, pro nullis omnino haberi debeant. Hinc Nevvtonianæ doctrinæ parum doctos sese probant aliqui Philosophi, qui haud satis æqui rerum æstimatores inventionis gloriam hac in re Nevvtono eripere conantur.

Objicies; attractionis universalis doctrina maxime innititur prima Kepleri lege, qua nempe statuitur, planetas primarios circa solem, secundarios circa primarios areas tem-

temporibus proportionales describere; atqui lex illa nequaquam observatur, imo attractionis doctrinæ repugnat omnino. Et quidem in motibus Jovis, & Saturni demonstrant observationes astronomicæ variationes plurimas, quæ areas temporibus proportionales maxime perturbant. Tot mutationibus obnoxii sunt lunares motus, ut nulli fere legi subjiciantur; easdem mutationes patiuntur Satellites Jovis; ergo &c.

Ref. Distinguo min. lex illa non observatur *accurate*, concedo min. *quam proxime*, nego min. & conseq. Re quidem vera erroribus plurimis obnoxii sunt corporum coelestium motus, sed errores illi attractionis doctrinam apprime confirmant; ut jam observavimus. Demonstratum quidem est, areas temporibus proportionales esse; verum in hac demonstratione unius dumtaxat corporis vim centripetam consideravimus, neque errores ex mutua aliorum corporum attractione oriundos æstimavimus. Porro Kepleri legem aliquantulum perturbat mutua planetarum attractio, & præsertim in Jove, & Saturno ob majorum illorum massam. At aberrationes illæ in minoribus dumtaxat planetarum distantis conspicuæ fiunt; quo magis autem a se invicem recedunt planetæ, eo minores deprehenduntur errores, atque tandem evanescent. Eadem est ratio, cur variationes plurimas experiatur Luna ob variam scilicet Telluris Solisque positionem, variamque illorum distantiam. Tandem varia satellitum jovialium positio, diversaque distantia aliquam in illorum motibus mutationem afferre debent. Sed omnes illos errores ad calculum revocare norunt Geome-

træ, quorum quidem diligentiam, & peritiam demonstrat calculorum cum observationibus astronomicis summa consensio. Itaque ex præcedenti objectione nihil aliud colligi potest, nisi pro varia corporum massa, variaque distantia diversam quoque esse attractionem. Addere jam satis erit, probatam quoque manere vim attractivam, etiamsi corpora cœlestia areas temporibus proportionales non describant; evidens enim est ex demonstratis de virium compositione, sine vi aliqua centripeta nullum fieri posse motum curvilineum, quæcumque sit vis centripetæ directio; igitur curvilinei planetarum motus vim aliquam centripetam, ac proinde attractionem demonstrant.

Instabis 1. Ex illa mutua attractione sequeretur universi systematis planetarii confusio. Si enim planetæ se mutuo attrahant, progressu temporis in se mutuo præcipites ruere debent, atque tandem in eandem cum sole massam coalescere. Ergo &c.

Resp. Nego Ant. cujus probatio tota facile evanescit, si attendamus, planetas duabus viribus urgeri, una secundum directionem tangentis, altera autem centripeta. Et quidem sine virium illarum compositione nullum orbem curvilineum describi posse, sæpius demonstravimus. Et certe sola vi centripeta in se mutuo ruerent corpora omnia, atque in rudem, indigestamque molem tandem rediret totus hujus universi ordo. At omnipotenti, divinaque manu ita inter se temperati fuerunt cœlestes motus, ut planetæ in orbibus suis circa solem certa,

ta, & admiranda lege regantur, atque retineantur.

Instabis 2. Stellæ fixæ eandem perpetuo a se invicem distantiam servant, suisque locis immotæ manent; iis ergo nullus impressus est motus, ac proinde sola remaneret vis centripeta, qua stellæ fixæ in unum tandem coirent globum. Itaque sic argumentari licet: universam mundi compagem perturbaret attractio illa, qua stellæ fixæ in se mutuo tenderent, atque in unicam tandem coalescerent massam; atqui &c. ergo &c.

Resp. Neg. min. etiamsi nullus stellis fixis impressus fuerit motus, tanta tamen esse potest stellarum a se invicem distantia, ut mutua attractio, quam ex distantia pendere observavimus, omnino evanescat. Præterea certissimum est, stellas esse totidem soles proprio lumine fulgentes, circa quos probabilissimum est revolvī non secus, ac circa solem nostrum diversa planetarum systemata. Si autem hæc fiat hypothesis, jam facile intelligitur, stellas singulas in proprio virium centro quiescere, vel nihil ferre moveri, atque ex systematum omnium conjunctione, & æquilibrio sua mundanæ machinæ constabit firmitas; luculentissimum sane divinæ intelligentiæ, & omnipotentiae argumentum.

Instabis 3. Attractio universalis inter corpora terrestria sese conspicuam præberet; globi duo in ipsa telluris superficie magno etiam diffiti intervallo ad se mutuo tenderent, atque tandem ad contactum pervenerent; non secus ac faciunt magnes, & fer-

58. INSTITUTIONES PHYSICÆ.
rum; atqui mutuus ille accessus non obser-
vatur; ergo &c.

Resp. Nemo maj. Corpora quælibet ten-
dunt in se mutuo, sed tendunt quoque in
terram. Porro attractionem universalem ex
quantitate materiæ pendere, jam observavi-
mus, illamque attractionem, cæteris pari-
bus, esse, ut quantitatem materiæ, in pro-
ximo articulo demonstrabimus. Itaque cum
quantitas materiæ in terra immense superet
quantitatem materiæ in prædictis globis,
patet attractionem globorum versus terram
esse fere infinite magnam, si conferatur cum
mutua globorum attractione, quæ proinde
tantilla est, ut sentiri nequaquam possit.
At si tanta sit corporum massa, ut cum
ipsa quantitate materiæ in terra satis ma-
gnam habeat rationem, jam sub sensus ca-
dere poterit attractio. Magna observatio-
num subtilitate hanc attractionem expertus
est D. Bouguer unus ex doctissimis Parisien-
sibus Academicis, qui laboriosum, æterna-
que fama dignissimum iter aggressi sunt ad
definiendam telluris figuram. Probe ingen-
tem montem in Peruvio, qui dicitur *Chim-
boraco*, pendulum constituerat vir clarissi-
mus; observavit autem, filum penduli se-
ptem minutis secundis cum dimidio a per-
pendiculo aberrare, ab ipso scilicet monte
attractum. Quo autem artificio, & quanta
diligentia usus fuerit D. Bouguer, legere est
in eximio opere de figura telluris. Quod
autem spectat exemplum magnetis, & ter-
ri, ad præsentem casum trahi non potest.
Agitur enim de attractione universali, at-
tractio autem magnetica est alterius plane
ge-

generis, & ad magnetem, ferrumque dumtaxat pertinet. Hæc pauca dicta sint de attractione universali, quæ quidem ex tota hujus capitis serie magis ac magis intelligetur, sed confirmabitur maxime, dum suo loco astronomicum systema explicabimus.

ARTICULUS II.

De prima attractionis lege.

I. **A**D investigandam attractionis legem virium centralium doctrinam in circulo considerabimus; hanc facili ratiocinatione demonstravit Nevvtonus. Ponamus, corpora duo in circulorum peripheriis revolvi; haberi possunt circuli illi tanquam polygona similia ex lateribus numero infinitis, & infinite parvis composita. Quare moveri intelligantur corpora in polygonorum suorum latere aliquo, seclusa vi centripeta, secundum hujus lateris directionem pergerent in infinitum; dum ergo ex latere uno polygoni in aliud latus proxime contiguum trans-eunt, vi centripeta in polygoni angulum incurrunt. Vis autem, qua polygoni angulum feriunt, est quantitas motus, nempe ictus magnitudo est, ut massa per velocitatem multiplicata, eritque vis centralis tota, ut magnitudo ictus, & numerus ictuum simul. At quo major est velocitas, & quo minor circumferentia circuli, eo major est ictuum numerus eodem tempore; ergo numerus ictuum est, ut velocitas directe, & circumferentia inverse. Quare vis centralis, quæ est, ut ictus magnitudo, & numerus ictuum conjunctim, erit in ratione compo-

fitā directā quantitatis motus, & velocitatis, atque inversa radii, sive quod idem est, ut productum ex massa in quadratum velocitatis divisum per radium. Plurimæ leguntur hujus principii demonstrationes, sed hanc anteponimus quæ ex ipsa virium centralium natura facile derivatur. Jam corporum massæ dicantur M, m , circulorum circumferentiæ C, c , velocitates V, v , tempora T, t , vires centrales F, F , circulorum radii R, R . Erit

$$F : F = \frac{M \cdot V}{R} : \frac{M \cdot v}{R}. \text{ Quia vero}$$

in circulo velocitates sunt uniformes, ac proinde ut spatia descripta, sive circumferentiæ directæ, & tempora inverse, erit

$$V : v = \frac{C}{T} : \frac{c}{t} = \frac{R}{T} : \frac{R}{t}, \text{ ob circumferentias radiis proportionales. Quare tan-}$$

$$\text{dem habebitur } F : F = \frac{MR}{T^2} : \frac{MR}{t^2};$$

ponantur massæ æquales, itemque tempora æqualia, erunt vires centrales, ut circulorum radii. Fingantur, vires centrales decrescere, ut crescunt quadrata distantiarum a centro, hoc est, ponantur vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum; erunt

$$F : F \text{ ut } \frac{M}{R^2} : \frac{M}{R^2}, \text{ ac proinde in proportio-}$$

$$\text{ne præcedenti } F : F = \frac{MR}{T^2} : \frac{MR}{t^2}, \text{ erit}$$

$$M : M$$

$$\frac{M}{R^2} : \frac{M}{R^2} = \frac{MR}{T^2} : \frac{MR}{T^2}, \text{ positisque massis}$$

$$M, M \text{ æqualibus, fiet } \frac{I}{R} : \frac{I}{R^2} = \frac{R}{T^2} :$$

$$\frac{R}{T^2}, \text{ ideoque } R^3 : R^3 = T^2 : T^2, \text{ hoc est,}$$

cubi distantiarum sunt, ut temporum quadrata; si vires centrales fuerint, ut distantiarum quadrata inverse. Et vice versa si ponantur cubi distantiarum, ut temporum quadrata; erit in præcedenti analogia $F : F =$

$$\frac{R}{R^3} : \frac{R}{R^3} = \frac{I}{R^2} : \frac{I}{R^2}. \text{ Nempe vires centra-}$$

les sunt, ut quadrata distantiarum reciproce. Probe autem tenendæ sunt hæ duæ virium centralium leges, quibus tota innititur Astronomia. Prima: *Si corporum in circulis revolvantium vires centrales fuerint in ratione duplicata inversa distantiarum a centro, erunt temporum periodicorum, sive revolutionum quadrata, ut cubi distantiarum.* Secunda: *Si temporum periodicorum quadrata fuerint, ut cubi distantiarum, erunt vires centrales in ratione duplicata inversa distantiarum.* Demonstratæ hætenus virium centralium leges virorum non Geometrarum oculis repræsentari solent ope machinæ, quæ virium centralium machina solet appellari. Hanc autem machinam utpote oculis melius quam explicatione ulla usurpandam prætermittimus.

II. Notissima est omnibus curva, quæ *ovalis* vulgo dicitur, a Geometris autem *Elly-*

Ellypsis frequentius appellatur. Si per duo puncta, quæ in Ellypseos circumferentia a centro magis distant, ducta intelligitur recta, quæ per Ellypseos centrum transeat, hæc dicitur *axis major*, ad quem si perpendiculariter erigatur recta per centrum transiens, & ad circumferentiam utrinque terminata, hæc vocabitur *axis minor*. Jam vero si ex duabus axis minoris extremitatibus hinc & inde ad partes centri oppositas ducta intelligatur recta ad axem majorem, quæ recta æqualis sit dimidio axi majori, habebuntur in axe majore puncta duo, quæ Ellypseos *foci* appellantur. His præmissis definitionibus ex observationibus astronomicis notum est, planetas revolvi in Ellypsibus, quarum focum unum communem sol occupat. Quamvis autem hæc sola curva cœlestibus motibus accuratissime respondeat, quia tamen circularis planetarum orbita non multum ab astronomicis observationibus aberrat, imo nihil fere in quibusdam planetis, in re præsentī sine errore hanc hypothesim, quæ ad veritatem proxime accedit, facere licet. His explicatis sit

C O N C L U S I O.

ATTRACTIONIS UNIVERSALIS LEX EST,
UT CORPORA OMNIA SESE ATTRAHANT
IN RATIONE DIRECTA MASSARUM, ET
DUPLICATA INVERSA DISTANTIARUM.

Demonstratur i. Planetæ revolvuntur in Ellypsibus circa Solem, quarum focum unum communem Sol occupat. Hæc autem curva a planetis circa Solem descripta prædictam attra-

attractionis legem omnino postulat; demon-
 strant scilicet Geometræ, corpus aliquod in
 Ellypsi revolvi non posse vi tendente ad fo-
 cum, nisi vis centripeta decrescat in ratione
 duplicata distantiarum ab eodem foco. At
 cum hæc demonstratio pendeat ex ipsa El-
 lypseos natura, de qua nihil tradidimus, sa-
 tius est planetarum orbitas velut circulares
 considerare, quod quidem satis accurate fieri
 posse, jam observavimus. Porro demon-
 strant observationes astronomicæ, temporum
 periodicorum quadrata in planetis esse, ut
 cubi distantiarum a Sole; ergo vis planeta-
 rum in Solem decrescit in ratione duplicata
 distantiarum a Sole. Hæc temporum perio-
 dicorum, & distantiarum ratio, quæ cele-
 berrimo *Keplero* debetur, appellari solet:
Lex secunda Kepleri. Hanc autem legem
 non solum servant planetæ primarii circa
 Solem, sed etiam planetæ secundarii circa
 primarios. Mutuam planetarum perturba-
 tionem, lunaresque inæqualitates laboriosissi-
 mo, & fere insuperabili calculo in hac at-
 tractionis lege nuperrime investigarunt do-
 ctissimi viri, & calculum cum observationi-
 bus astronomicis accurate consentire, testan-
 tur diligentissimi Astronomi; imo eo perve-
 nit, quod sperare vix fas erat, doctissimus,
 mihiq; amicissimus dominus *Clairaut*, ut
 Cometarum reditum prædicere Astronomos
 docuerit; neque celeberrimi viri laborem
 fefellit eventus, cum anno proxime elapso
 1759. paucorum dierum intervallo a calcu-
 lis aberraverit reditus Cometæ, qui anno
 2682 apparuerat. Quæ cum ita sint, Nev-
 tonianam attractionis legem demonstrant
 ob-

• observationes astronomicæ, neque eam in dubium vocare possunt, qui demonstrationis vim sentiunt.

II. Eamdem attractionis legem terrestribus quoque corporibus convenire ex analogia naturæ colligi potest; at rem ipso corporum terrestrium exemplo ostendamus. Quod ut fiat, in memoriam revocandum est, vim centripetam lunæ esse ejusdem generis cum gravitate terrestri; vi enim centripeta describeret luna pedes $15 \frac{1}{12}$ minuto uno secundo, non secus ac faciunt corpora terrestria. Jam vero investigari poterit spatium vi eadem centripeta lunari prope terram descriptum tempore minuti unius primi, seu minutorum secundorum sexaginta; etenim compertum est experimentis, gravia terrestria hac lege descendere, ut nempe spatia descripta semper sint, ut quadrata temporum, quare per regulam trium dicatur $1'' : 15 \frac{1}{12} = 60 \times 60'' :$

$15 \frac{1}{12} \times 60 \times 60''$; in hac proportionem virgulae '' designant minuta secunda, quemadmodum virgula designare solet minuta prima. Itaque spatium minuti unius primi tempore prope terram a luna descriptum erit $15 \frac{1}{12} \times 60 \times 60$; sed spatium a luna eodem tempore descriptum in distantia a terra semidiametrorum 60 est $15 \frac{1}{12}$. Quare cum vires sint, ut spatia iisdem temporibus descripta, erit vis centripeta lunæ in telluris superficie ad vim centripetam in distantia

tia semidiametrorum terrestrium sexaginta, ut
 $15 \frac{1}{12} \times 60 \times 60$ ad $15 \frac{1}{12}$, seu ut $60 \times 60 \times 60$ ad 1;
 quare si semidiameter terrestris repræ-
 sentetur per 1, erit distantia mediocris lu-
 næ a terra ut 60, ac proinde 60×60 erit
 hujus distantiae quadratum. Quare cum qua-
 dratum unitatis sit 1, erit vis centripeta lu-
 næ in superficie telluris ad vim centripetam
 lunæ in distantia mediocri a terra, ut me-
 diocris distantiae quadratum ad quadratum
 semidiametri terrestris, hoc est, in ratione
 duplicata inversa distantiae. Itaque eadem
 lex obtinet quoque in corporibus terrestribus.
 Porro observandum est, attractionem consi-
 derari posse vel in corpore attrahente, vel
 in corpore, quod attrahitur. Si primum,
 vis illa *attractionis* nomen retinet; si secun-
 dum *gravitas* appellatur. Quia autem omnis
 attractio mutua est, patet, hanc esse uni-
 versalem gravitatis legem, ut nempe se ha-
 beat in ratione directa massæ, & duplicata
 inversa distantiae.

Objicies. Prædictam attractionis legem de-
 monstrare non possunt Astronomorum calcu-
 li, atque observationes, nisi cognitæ sint
 planetarum massæ; ita enim componi potest
 massarum, & distantiarum ratio, ut eadem
 prodeant phænomena; atqui cognita non est
 planetarum massa; qua etenim ratione cor-
 porum remotissimorum massæ explorari, at-
 que, ut ita dicam, ponderari possunt? Er-
 go &c.

Resp. Nego maj. & min. & 1. quidem ut
 definiri possit lex attractionis, satis est ex
 observationibus astronomicis innotescere cur-
 vi-

vilineas planetarum orbitas, illorumque tempora periodica, ut ex præcedentibus demonstrationibus patet; sed hæc duo certissimis observationibus constant, ergo ad determinandam generalem gravitatis legem necessarium non est, perspectas esse planetarum massas. 2. Quamvis imperito hominum vulgo res absurda videatur planetarum massas ad calculum revocare; Geometris tamen non desunt methodi, quibus id obtinere possunt. Methodum ex præmissis principiis facile colligendam hic explicare non abs re erit. Sint planetæ duo M, m , quos comitentur satellites ad distantias A, a revolventes, temporibus T, t ; erunt satellitum vires centripetæ $\frac{M}{A^2}$, $\frac{m}{a^2}$; sunt enim attractiones versus M, m in ratione directa corporis attrahentis, & duplicata inversa distantiae. Præterea vis centrifuga æqualis est vis centripetæ, & satellitum vires centrifugæ sunt $\frac{A}{T^2}$, $\frac{a}{t^2}$: quare erit $\frac{M}{A^2} : \frac{m}{a^2} = \frac{A}{T^2} : \frac{a}{t^2}$. Hinc data ratione A ad a , & T , ad t , dabitur quoque ratio M ad m , nempe ratio massarum in duobus planetis primariis. Itaque hoc modo innotescere poterit ratio massarum in Jove, Saturno, Terra, & Sole ipso; illi enim planetæ suos habent Satellites, ne excepto quidem Sole, circa quæ planetæ tanquam Satellites revolvuntur; præterea etiam datur ratio distantiarum Satellitum a planetis primariis, atque eorundem Satellitum tempora periodica. Ex his principiis innotuit quantitates in Sole, Jove, Saturno, & Ter-

Terra esse inter se, ut numeri sequentes I.

I

I

I

1067 3021 169282 Verum

hæc methodus valet dumtaxat in planetis, qui Satellites habent; hinc in Mercurio, Venere, & Marte, cum Satellitibus careant, quantum hætenus per observationes iudicium ferre licet, non ita accurate innotescit massarum ratio. Hanc quidem methodum explicare placuit, tum ob rei ipsius utilitatem, tum ut vobis demonstretur superba quorundam hominum imperitia, qui velut absurdum, ridiculumque traducunt, quod ipsi non intelligunt, a quo quidem gravissimo errore vos longe alienos volo.

Instabis 1. Lex attractionis in ratione distantiarum duplicata decrefcentis contraria omnino est gravitatis terrestris legi. Etenim experimentis constat, vim gravitatis in eodem terræ loco, & in diversis a tellure distantis eandem manere; si corpus aliquod manu sustineamus, sive in summa turri, sive in ima, eandem pressionem sentimus; crassior quidem est hæc æstimatio; at res accuratius definiri potest, si in summa turri statere brachiis imponantur corpora duo, quæ sint in æquilibrio, deinde corpus alterum e lance ipsa filo suspendamus, ac paulatim demittamus, æquilibrio manere experiemur in diversis etiam a terra distantis. Quare sic argumentari licet: attractio illa non decrefcit in ratione distantiarum duplicata, quæ in diversis a tellure distantis eadem observatur; atqui &c. ergo &c.

Resp. distinguo maj. Si distantiarum differentia fuerit satis magna, concedo maj. Secus,

cus, nego maj. D. M. nego consequentiam. Quamvis gravitas terrestris decreseat in ratione distantiarum duplicata a centro telluris, in exiguis tamen a terra distantis gravitatem terrestrem, velut constantem, & perpetuo eandem considerare licet. Etenim tantilla est distantiarum, in quibus experimenta sumi possunt, differentia, ut pro nulla omnino haberi debeat, si cum integra telluris semidiametro conferatur, quod exemplo patebit. Ponamus, haberi experimentum in vertice montis omnino altissimi insularum Canariarum dicti *Pico de Tenerif*, cujus altitudo sit trium milliarius. Jam vero semidiameter telluris ponatur circiter quatermille milliarius; sumptis quadratis erit gravitas in montis vertice ad gravitatem in montis radice, ut 16000000 ad 16024009, quæ quidem ratio est quam proxime ratio æqualitatis, ita ut gravitatis differentia nullo experimento sentiri possit. Cæterum de gravitate constante, illiusque directione tractabimus in Capite sequente; quare hæc pauca dicta sint.

Instabis 2. Ad demonstrandam gravitatis legem hac ratiocinatione utuntur plerique Physici. Sit A (*Fig. 5.*) punctum, a quo undique emanet qualitas quælibet secundum rectas AB, AC, AD &c. per totum spatium indefinite protensas. Jam vis hujus qualitatis decrescit in ratione duplicata distantiae, nempe erit vis illa in D ad vim in G, ut quadratum distantiae AG ad quadratum distantiae AD. Etenim cum (ex hypothesi) qualitas undique in orbem per lineas rectas diffundatur, evidens est, qualitatis hujus vim, seu intensitatem eo majorem esse, quo

quo majori copia, confertiusque accumulatur ejusdem qualitatis radii; sed cum idem sit in unaquaque superficie HDB, KGE, radiorum numerus, patet radios illos eo confertiores esse, quo minor est circulorum superficies, ita ut spissitudo, sive densitas radiorum semper sit in ratione reciproca superficierum; sed circulorum superficies sunt in ratione duplicata radiorum; ergo virtus e centro propagata, quæ est, ut circulorum superficies reciproce, erit, ut quadratum distantiae a centro inverse. Hoc argumento utantur Physici fere omnes, & ad solis, planetarumque actiones allatam demonstrationem transferunt; quod quidem quam perperam faciant, facile patet; fingunt enim attractionem effluviorum instar propagari; ergo &c.

Resp. Ad totam hujus argumenti seriem frustra nobis objici præcedentem demonstrationem, quam non solum non adhibemus, sed contra longe rejicimus; & quidem reprehendi omnino debet talis hujus demonstrationis usus, qui tamen in plerisque Physicorum libris legitur. Præcedens demonstratio transferri quidem potest ad propagationem luminis, cujus intensitas decrescit in ratione duplicata distantiarum a puncto radiante; verum proculdubio errant Physici, qui de omnibus qualitatibus a dato puncto in sphaeram diffusis eandem legem pronuntiant. Et certe id verum non est, nisi addatur, qualitatem illam progredi motu uniformi, & nullam ejus partem sisti, vel dissipari. Si enim celeritas mutetur, radii, qui dato aliquo tempore in orbe uno concluduntur, non continebuntur in orbe altero; sed

ma-

magis, vel minus, prout vel retardabitur motus, vel accelerabitur. A vero igitur aberrant, qui ad æstimandam quantitatem odoris dato globo emissi, assumunt odoris intensitatem decrescere in ratione duplicata distantiarum. Neque enim verisimile est, motu uniformi recta progredi odoriferas particulas, quarum plurimæ circa ipsum corpus, a quo emanant, hærent ipsi aeri admixtæ; aliæ autem spirante vento inde evelluntur, & longius abeunt. Sed multo minus ad definiendam attractionis legem trahi potest præcedens demonstratio: & quidem attractio considerari non potest qualitatibus instar per radios diffusæ. Præterea intelligi nequaquam potest, quid ad attractionem conferre valeat illa corpusculorum emissio. Hanc objectionem afferre placuit, ut moneantur studiosi adolescentes, philosophicis ratiocinationibus temere, & non sine examine credendum esse.

ARTICULUS III.

De altera attractionis specie.

I. **I**N præcedenti articulo illam dumtaxat consideravimus attractionem, quæ inter magna corpora, & ad distantias satis magnas exercentur; at inter minimas corporum particulas in ipso contactu, & in minimis intervallis viget potentissima attractio, cujus legem investigabimus. Sed præmittenda sunt experimenta aliqua. Inter minimas fluidorum particulas mutuam attractionem exerceri, demonstrat ipsa guttarum fluidarum tenacitas, atque rotunditas; duæ guttæ fluidæ in minima distantia sese attrahunt, & in majorem

jorem guttam coalescunt: eandem mutuam attractionem inter corpora dura, & fluida ostendunt etiam experimenta. Si lamella vitrea superficiei aquæ admoveatur, ita ut ipsam aqua lambat, non sine conatu aliquo lamellam ab aqua distrahi posse sentiemus, nempe per totam lamellæ superficiem minimæ aquæ columnæ adhærescunt, quæ tandem aucta vel tantisper distantia, proprio pondere relabuntur. Neque prætermittenda sunt præclarissima de lucis inflexione, & attractione experimenta. Si in cubiculo undique clauso, & satis tenebroso per foramen exiguum admittantur solares radii, qui deinde prope corporis alicujus aciem transeant, radius aciei proximior vi maxima a corpore attrahetur, atque inflectetur, & postea reflectetur; ordine succedent radii alii, qui attrahentur minus, donec, crescente paululum distantia, oculorum aciem fugiat attractio. Inter corpora dura eandem attractionis speciem vigere demonstrant vulgatissima experimenta. Si duæ lamellæ vitreæ sibi invicem arcte approximantur, lamellas illas non sine magno conatu a se mutuo avelli posse, experiemur, atque etiam attractionem quamdam sentimus, licet subtilissimis filis separatæ sint lamellæ; sed crescente tandem filorum crassitie, attractio omnis evanescit. Probe notari debent hæc experimenta, illorumque conditiones. In omni corporum specie inter corpora quælibet hæc attractio exercetur; sed ea conditione, ut in contactu, & prope contactum sit maxima, in distantibus autem etiam valde exiguis evanescat.

II. Demonstrata in articulo præcedenti attractionis lex descriptis experimentis satisface-

facere non potest. Etenim intelligantur coni similes $PAEA$, $PMBM$, quorum vertex communis P , (*Fig. 6.*); ponantur, singulæ conorum partes attrahi versus P in ratione duplicata inverſa diſtantiarum, fingaturque, conos illos dividi in ſuperficies innumeras ſphæricas; erit attractio ſuperficieſ MM , ad attractionem ſuperficieſ AA , ut ſuperficies ipſæ directe, & quadrata diſtantiarum inverſe, ex hypotheſi. Sunt autem ſuperficies, ut quadrata diametrorum, & ob triangula PM , PA ſimilia diametri ſunt, ut diſtantiæ; ergo attractiones ſunt, ut quadrata diſtantiarum directe, & earundem diſtantiarum quadrata inverſe, nempe attractio ſuperficieſ AA erit ad attractionem ſuperficieſ MM ,

$$\frac{PA^2}{PA^2} \text{ ad } \frac{PM^2}{PM^2} \text{ hoc eſt ut } \frac{PA^2}{PA^2} \text{ ad } \frac{PA^2}{PA^2},$$

ſcilicet in ratione æqualitatis. Quare ſi attractio, quæ in diſtancia qualibet eadem manet, dicatur A ; erit attractio coni truncati $MMAA$ ad attractionem coni PM , ut $A \times MA$ ad $A \times PM$, ſive ut MA ad PM ; ac proinde ſi fuerint PM , MA æquales, attractio in contactu P haud erit validior, quam in qualibet a contactu diſtancia, quod quidem manifeſte repugnat reſenſitis experimentis.

III. Prima attractionis ſpecies, de qua in articulo præcedenti ſermonem habuimus, pendet ex quantitate materiæ; at præſens attractio in minimis dumtaxat exercetur intervallis, ac proinde ad eas non extenditur ejuſdem etiam corporis particulas, quæ ſunt a contactu longius poſitæ. Itaque licet hæc attractio certam quoque diſtantiarum legem ſer-

servare debeat, illæ tamen distantia non a
 corporum centro, sed ab ipsa superficie com-
 putandæ sunt; atque hoc alterum est disci-
 men inter utramque attractionis speciem.
 Etenim dum in præcedenti capite diximus,
 attractionem esse in ratione duplicata in-
 versa distantia, hanc distantiam ab ipsa
 corporum superficie æstimare non licet, nisi
 corporum diametri cum mutua corporum
 distantia comparatæ rationem valde exiguam
 habuerint; quod quidem in præcedenti ca-
 pite ponebamus. Jam vero mutuam sphæ-
 rarum attractionem considerabimus. Intelli-
 gatur corpusculum aliquod extra sphæram
 positum, & a singulis sphære particulis at-
 tractum in ratione distantiarum duplicata
 inversa. Fingatur, sphæram illam conden-
 sari, ita ut tota coeat in centrum; partes
 anteriores a corpusculo recedentes aliquam
 vis attractivæ partem amittunt, in ratione
 scilicet duplicata semidiametri; sed hanc
 mutuam attractionem lucrantur partes aliæ
 oppositæ, ita ut attractionis decrementum
 ex una parte incremento ex partes altera
 compensetur: quare eadem manet attractio
 tota, siue partes circa centrum dispergantur,
 siue in centro colligantur. Quia vero quæ-
 libet materiæ particula aliam quamlibet at-
 trahit in ratione duplicata inversa distantia,
 evidens est, corpusculum in utroque casu
 eadem lege a sphæra attrahi, nempe in ra-
 tione duplicata inversa distantia a centro.
 Cum eadem ratiocinatio de sphæris duabus
 institui possit; patet, sphæras duas sese mu-
 tuo attrahere in ratione duplicata inversa
 distantiarum a centro, non vero ab ipsa su-
 perficie. Hanc attractionis legem ratiocina-

Jacq. T. IV.

D

tio-

tione magis geometrica demonstrant Philosophi, qui attractionis doctrinam sublimiori modo explicant. Nobis vero, quibus difficiliora tractare non licet, rem indicasse satis sit. Jam vero utriusque attractionis constituto discrimine, sit

CONCLUSIO.

PRÆTER ATTRACTIONIS LEGEM IN RATIONE DISTANTIARUM DUPLICATA DECRESCENTEM ADMITTENDA EST LEX ALIA IN RATIONE PLUSQUAM DUPLICATA DECRESCENS.

Demonstratur 1. Attractio illa satis non est, quæ omnibus attractionis effectibus non satisfacit; atqui &c. ergo &c. Major est evidens. Minor autem patet ex phænomenis modo recensitis, & ex aliis jamjam declarandis. Si vis attractiva decresceret in sola ratione duplicata distantiarum, paulo major foret vis illa in contactu, quam in exiguis a contactu distantis, quod repugnat experimentis. Harum virium rationem ex radiorum lucis inflexione calculo æstimavit Nevvtonus, & invenit, in minimis a contactu distantis attractionem esse ad vim gravitatis; ut 1000000000000000000 ad unitatem; quæ quidem tanta virium differentia eidem attractionis legi tribuenda non est

2. Quoniam hæc vis attractiva in contactu dumtaxat, vel prope contactum exercetur, evidens est corporis attrahentis massam ad majorem attractionem nihil conferre, sed contactus magnitudini attractio illa proportio-

tionalis est. Quia tamen minimæ particulæ non longe a contactu, neque extra ipsos attractionis limites sunt positæ, attractionem auget minimarum particularum densitas. Hinc si marmora duo jungantur, & oleo, vel pice, aut etiam aqua perfundantur; validius inter se cohærent, ob auctam contactus magnitudinem. Augetur cohæsiō, si calefiant liquores, quibus superficies imbuuntur; hoc enim artificio poros altius penetrant liquorum particulæ, minima interstitia facilius subeunt, augetur minimarum partium densitas, ideoque & attractio. En alterum utriusque attractionis discrimen; prima enim attractio quantitati materiæ proportionalis est, non autem contactus quantitati. Itaque in minimis particulis attractio est, ut densitas particularum, & superficies simul, cæteris paribus; quia vero superficies sunt, ut quadrata diametrorum, soliditates autem, ut earumdem diametrorum cubi, evidens est, minimas particulas, quæ ratione soliditatis majorem habent superficiem, fortius cohærere; contra corpuscula, quorum minor est contactus, quales sunt minimi globuli eximie perpoliti, facilius a se invicem distrahuntur; atque hinc fluiditatis rationem reddunt aliqui Physici; sed hac de re in Physices progressu sermonem habebimus.

Si quis autem a nobis requirat talem attractionis legem, quæ in minimis, magnisque distantis possit phænomenis satisfacere, haud difficile erit demonstrare, innumeras esse posse hujus attractionis leges; quænam vero in rerum natura obtineat, nulla experimentorum subtilitate definiri potest. Legem unicam in exemplum afferre satis erit.

Ponamus, legem attractionis ex duobus terminis esse compositam, quorum primus sit, ut quadratum distantiae inverse, alter autem, ut distantiae cubus etiam inverse. Jam si distantia dicatur D , erit in hac hypothese lex attractionis $\frac{A}{D^2} + \frac{B}{D^3}$ litteræ A , & B

designant quantitates quaslibet finitas. Fingamus, distantiam minimam seu infinitesimam, erit D^2 quantitas infinitesima ordinis secundi, & D^3 quantitas infinitesima ordinis tertii; quare evidens est quantitatem $\frac{B}{D^3}$

esse infinitam, si conferatur $\frac{A}{D^2}$; cum ac proinde in distantis minimis evanescit ratio duplicata inversa distantiae. Rursus si distantia ponatur valde magna, erit D^3 quantitas maxima si conferatur cum D^2 . Igitur $\frac{B}{D^3}$

erit quantitas minima respectu $\frac{A}{D^2}$, ideoque in distantis maximis sola valebit ratio duplicata inversa distantiae. Quare si talem fingamus attractionis legem ex duobus terminis compositam, quorum unus exprimat rationem duplicatam inversam distantiarum, alter autem inversam triplicatam, evidens est, talem legis compositionem ita se habere, ut in contactu, minimisque distantis sola vigeat attractio in ratione triplicata inversa, in distantis autem paulo majoribus sola supersit attractio in ratione inversa duplicata. At diligenter observandum est, propositam attractionis legem exempli loco dumtaxat habendam esse; infinitæ enim huius-

jufmodi leges excogitari poffunt. Præterea
 fi propofita lex accurate fervaretur, attra-
 ctio in contactu tanta foret, ut corporum
 cohæfio nullo pondere frangi poffet; foret
 enim cohæfio refpectu gravitatis infinita,
 quod eft absurdum. Igitur patet, hanc at-
 tractionis legem confiderari poffe tamquam
 exemplum; quo intelligatur, minime repu-
 gnare talem attractionis legem ex ratione
 duplicata inverfa distantiarum compositam,
 & ex alio termino, ita ut in contactu, vel
 prope contactum fecundus legis terminus
 habeat ad primum rationem valde magnam,
 non tamen infinitam; contra autem in di-
 ftantiis paulo majoribus primus terminus
 ad fecundum habeat rationem valde ma-
 gnâ, fed tamen finitam; verum, ut jam
 fupra observavimus, legem hanc licet reipfa
 existentem, & minime commentitiâ ne-
 mini divinare hætenus licuit, neque un-
 quam fortaffe licebit.

Objicies. Admittenda non eft lex illa,
 quæ analogiæ naturæ repugnat; atqui &c.
 ergo &c. Probo minorem. Universaliffima
 naturæ lex eft attractio decrescens in ratione
 duplicata distantiarum. Repugnante ergo ana-
 logia naturæ, alia fingitur lex omnino igno-
 ta, & mere arbitraria.

Resp. Nego min. ad cujus probationem
 dico, optimam quidem philofophandi regu-
 lam effe naturæ analogiam, fed ea abuten-
 dum non effe; nequæ enim contra hanc phi-
 lofophandi regulam peccatur, fi alias admit-
 tamus leges, quas phænomena omnino po-
 ftulant. Præterea fimplicitati, & analogiæ
 naturæ minime obftat prædicta lex ex duo-
 bus terminis composita; hæc enim tamquam

simplicissima, & unica naturæ lex haberi debet. Sed quidquid sit, supremo rerum omnium creatori leges quis audebit præscribere? Deus optimus maximus eas, quas, & quot voluit, leges ad consequendos in creatione præstitutos fines sapientissime constituit. Et certe vis magnetica, & electrica ad generalem attractionis legem revocari nequaquam potest. Itaque analogia naturæ perperam abuteretur, qui omnia attractionis phænomena ad unicam legem reducere tentaret. Natura quidem simplex est, sed simplicitatem hanc solus novit supremus naturæ auctor, qui res omnes, illarumque relationes unico intuitu perspicit: naturæ simplicitatem intueri datum non est nobis mortalibus, qui facta dumtaxat seorsim consideramus, sed seriem, causarumque nexum ignoramus.

Instabis r. demonstrant Geometræ, singulares sphaerarum particulas, ipsasque etiam sphaeras attrahi in ratione duplicata inversa distantiarum. Ita telluris globus suam attractionem exercet in ratione duplicata inversa distantiae, & singulae globi terrestris particulae eandem servant attractionis legem; at si lex attractionis ex duobus componatur terminis, jam attractio particularum, & sphaeræ totius eadem non est. Ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego minorem. Eandem quidem legem attractionis in sphaeris, & sphaerarum particulis demonstrant Geometræ, & nos quoque facili ratiocinatione ostendimus. At corporis totius, singularumque partium eandem esse legem in solis sphaeris dumtaxat invenerunt Physici; minime vero in sphaeroidibus, aliisque corporibus, quæ in rerum natura occurrunt. Et quidem si po-

namus, singulas materiæ particulas, quæ corpus aliquod componunt, trahere punctum quodlibet datum ad distantiam quamlibet; evidens est singulas corporis attrahentis particulas respectu puncti attracti diverse positas esse, ac proinde particularum vires diversam habere directionem, diversamque mensuram. Quare cum attractio tota versus punctum aliquod nihil aliud sit, quamvis unica ex viribus singulis resultans, & in datam directionem unicam composita, patet, in diversis corporibus pro varia partium positione diversam quoque esse posse attractionis legem. Et re quidem ipsa hæc attractionis lex in ratione scilicet directæ massæ, & duplicata inversa distantiae in paucissimis dumtaxat corporibus obtinet, E. g. in sphaeris quocunque magnis, quod jam demonstratum est. Tandem hæc objectio ad nostræ conclusionis sensum minime accommodata est; re quidem vera singulæ sphaerarum particulae, & sphaeræ ipsæ a puncto aliquo attrahuntur in ratione duplicata inversa distantiarum; sed in hac conclusione sermo est de mutua particularum attractione inter se, & in minimis distantiis, vel in contactu.

Instabis 11. ex præcedenti responsione sequeretur, nulla corpora, vel saltem paucissima sese attrahere in ratione distantiarum duplicata; etenim hanc attractionis legem in solis sphaeris invenerunt Geometræ. Atqui id repugnat alteri conclusioni, in qua prædictam attractionis legem constituimus; ergo &c.

Resp. Nego min. Hanc quidem attractionis legem in corporibus cœlestibus vigere, ex observationibus astronomicis demonstravimus. Nec minus invicte in corporibus ter-

reſtribus eamdem attractionem oſtendimus . Corpora ſcilicet trahuntur a terra in ratione duplicata inverſa diſtantiarum , & viceverſa . Neque obſtat corporum terreſtrium figura ; ſi enim corpora illa conferantur cum tota telluris maſſa , velut corpuscula , minimæque particulæ haberi debent , illorumque proinde negligenda eſt figura . Quod autem ſpectat terræ , corporumque cœleſtium figuram , eam velut proxime ſphæricam conſiderare licet . Quamvis ergo pauciſſima ſint corpora , in quibus lex illa accuratiſſime ſervari poſſit , hanc tamen legem phyſice obtinere certiſſimum eſt .

Instabis III. Ex attractionis lege in ratione triplicata inverſa diſtantiæ id colligetur , corpora duo quælibet in minimis diſtantiis ſeſe validiſſime attrahere , & ad contactum tandem pervenire : præterea corpora duo contigua tenaciſſime cohærent , & vi infinita ; atqui hæc duo experimentis repugnant ; ergo &c.

Resp. Nego maj. Viget quidem potentiſſima attractio inter minimas particulas in minimis diſtantiis . At ſi corpora nimia fuerint , vis attractiva in proximis dumtaxat , minimiſque particulis reſidet . Porro ſi corpora duo eadem vi moveantur , velocitates illorum ſunt in ratione inverſa maſſarum ; quare ſi corpora duo dicantur A , B , minimæ particulæ C , D , velocitas qua corpus A tendit ad B , eſt ad velocitatem , qua particula C ſolitarie ſpectata tenderet ad B , ut particula C ad corpus A . Igitur ob corporis magnitudinem fere infinitam reſpectu particulæ , patet , inter magna corpora hanc alteram attractionis ſpeciem ne in minimis
qui-

quidem distantis exerceri posse; atque hinc aliqui Philosophi rationem reddunt principii chimici; *Sales non agunt nisi soluti*. Tandem neque in contactu inter corpora quælibet viget attractio. Etenim attractio illa est, ut contactus magnitudo directe, & ut cubus distantiarum inverse. Quare si contactus magnitudo fuerit valde exigua, & fere infinite parva, jam patet, attractionem fore etiam infinite parvam, vel nullam. Neque in ullo casu attractio erit infinita; probe enim meminisse oportet, quod jam monuimus, rationem triplicatam distantiarum exempli loco dumtaxat habendam esse; admittenda est lex attractionis, quæ non solum aliquam distantiarum dignitatem contineat, sed alias quoque tali modo admixtas habeat quantitates, ut attractio in contactu sit valde magna, non autem infinita. Talis autem quantitatum permixtio appellari solet ab Algebristis *functio*. Porro evidens est, innumeras fingi posse distantiarum functiones, quæ huic conditioni satisfaciant. Quidquid ergo hætenus diximus, non in eo sensu intelligendum est, quasi veram hujus attractionis legem determinare velimus; hoc unum nobis erat demonstrandum, præter legem attractionis in duplicata distantiarum ratione decrefcentis, aliam quoque legem admittendam esse.

Instabis iv. Corpuscula aliqua in contactu, & in minimis distantis sese repellunt, quod quidem patet corporum elasticorum exemplo, & maxime radiorum solarium reflexione; imo non desunt subtilissimi, doctissimi-que Philosophi, qui vim attractivam in omnium corporum particulis ad certos usque limites admittunt; quam vim attractivam

deinde in repulsivam abire affirmant; itaut nullus omnino sit in rerum natura physicus, immediatusque contactus. Unde sic arguentari licet: tanquam universalis naturæ lex admitti non debet attractio, si corpuscula aliqua, imo omnia secundum aliquos Philosophos vim repulsivam demonstrent; atqui &c. ergo &c.

Resp. Nego maj. Vis attractiva negari non potest ab iis etiam Philosophis, qui in omnibus corporum particulis vim repulsivam admittunt. Certissimum quidem est, sese repellere minimas quorundam corporum particulas, quidquid sit vis illa repulsiva: sed repulsio præcedentem attractionem non excludit, imo ex vi attractiva originem habere repulsionem affirmant nonnulli, quod deinde fusius explicabimus, ubi sermo erit de corporum elasticitate, & de luminis reflexione. Cæterum nos quoque vis repulsivæ nomine utemur, sed effectum dumtaxat, non vero causam aliquam significantes. Et enim quæcumque sit repulsionis causa, vis hujus actionem ad calculum revocare, & æstimare licet; quoad utilitatem tota res perinde se habet. Neque repulsio quidquam obstarè potest iis, quæ antea demonstravimus, attractionem nempe, cæteris paribus, contactus magnitudini proportionalem esse; ibi enim sermonem habuimus de corporibus, quorum partes cohærent, non vero de corporibus elasticis, quorum partes sese fugiunt, atque repellunt. Tandem contactus hic a nobis intelligitur, qualis in corporum cohærentium partibus observatur, neque de contactu physico, & immediato quidquam pronuntiare volumus. Certum quidem est, ubi
de

de primis causis, corporumque principiis agitur, multas fieri posse hypotheses, quæ validis rationibus difficile refelluntur. Itaque hanc primam nobis esse volumus philosophandi regulam in causarum universalium investigatione nostram fateri ignorantiam, iudiciumque cohibere.

A P P E N D I X.

De quibusdam capituli præcedentis utilitatibus.

I. **A**Dversus impiissimam veterum Atomistarum doctrinam invicti roboris argumenta ex præcedenti capite deduci possunt. Materiam æternam effutiebant Atomistæ, non tamen æternum materiæ ordinem admittebant. Stultissime delirabant, præsentem materiæ dispositionem ex fortuito atomorum, sive corpusculorum concursu originem habuisse, eandem dispositionem casu quoque conservari, contrario tandem casu finem habituram. Hinc patet, veteres Atomistas puros, putosque atheos fuisse; quia autem etiamnum hodie non desunt nequissimi, stultissimique homines, quos hæc absurdissima deliria recoquere non pudet, ex præcedentibus demonstrationibus hos invictè refellere officii nostri partes esse existimamus. Et 1. quidem sic ratiocinari solent.

Finitus corpusculorum numerus finitum dumtaxat combinationum numerum admittit. At per totam infinitam æternitatem extitisse debuerunt combinationes numero infinitæ. Quare si in fortuita atomorum agitatione omnia se æqualiter habuerint, ut in longa casuum fortuitorum serie contingit,

evidens est, combinationem quamvis determinatam infinites redituram, ac proinde infinitis major est probabilitas, hanc præsentem combinationem redituram, quam non redituram. En absurdissimam Atomistarum argumentationem. At imprimis in eo turpiter errant, quod putant, esse aliquid revera fortuitum; nihil fortuito, & puro casu contingere demonstravimus in institutionibus metaphysicis. Sed præterea hujus ratiocinationis absurditatem facile ostendemus. Et quidem falsissimum est, infinito terminorum numero contineri numerum combinationum finitum, si de mundi constitutione sermo habeatur. Finitus quidem est combinationum numerus, si *combinationis nomine* intelligatur tantum ordo quidam, quo alii termini aliis succedunt, & sese mutuo excipiunt. Ita si omnes litteræ, quæ Virgilii poema componunt, versentur temere in sacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ post alias, atque ejusmodi operatio repetatur in infinitum, evidens est, infinites redituram combinationem Virgilianam. Verum in mundi constitutione res longe aliter se habet. Etenim planetæ circa Solem certa lege in determinatis orbitis revolvuntur; spatium, in quo planeta, aliique cœlestes globi suas periodos absolvunt, in longum, latum, & profundum quaquaversum patet. Porro rectæ in uno plano sunt infinitæ, plana in uno spatio sunt infinita, & pro recta quavis in quovis plano infinita sunt curvarum genera, ac proinde & infinites plures sunt curvæ, quæ per datum punctorum numerum non transeunt. Præterea infinitis modis variari potest lex attractionis: pro quavis materiæ

par-

particula infinitus est dispositionum numerus ;
 quare pro ipsis materiæ particulis haberetur
 numerus combinationum infinitus per ipsum
 particularum numerum multiplicatus . Itaque
 in mundi constitutione finitus non est casuum
 diversorum numerus , sed infinitus , & qui-
 dem ordinis altissimi . Inde ergo fit evidens ,
 in immenso isto combinationum numero in-
 finities plures esse combinationes inordinatas ,
 quæ exhibeant incertum chaos , corpusculo-
 rumque temere volitantium massam , quam
 quæ exhibeant mundum ordinatum , & cer-
 tis constantem legibus . Quamobrem nisi sit
 aliquis , qui ex omnibus quæ per se possibi-
 libus combinationibus unam ex ordinatis eli-
 gat , infinities probabilius est , obventuram
 combinationum seriem inordinatam , minime
 vero eam , quam cernimus , & admiramur ;
 atque ad vincendam hanc improbabilitatem
 infinitam requiritur infinita vis supremi con-
 ditoris , qui unicam seriem ordinatam inter
 alias infinitas seligat , atque determinet .

Nec est , quod objiciatur , etiam hominem ,
 qui statuam aliquam effingit , finita intelli-
 gendi vi eligere unicam formam inter infini-
 tas possibles . Nam Statuarius illam unicam
 formam non eligit , sed modo admodum con-
 fuso quamdam determinat figuram , quæ uni-
 ca oritur ex naturæ legibus , & ex mundi
 constitutione , quam naturæ opifex infinitus
 vi infinita determinavit ; per hanc scilicet
 determinationem ab humanæ voluntatis actu
 oriuntur certi motus in brachiis , & ab his
 motus instrumentorum .

Sed nec dici potest , hunc ipsum ordinem
 necessarium esse , & æternum , ac per se sub-
 sistere , ita ut casus quilibet sequens determi-

ne-

netur a præcedente, & a lege virium intrinseca, atque omnino necessaria. Et quidem quis sibi serio persuadeat, has solas virium leges, quas in præcedenti capite explicavimus, fuisse possibiles & necessarias, ut nimirum corpora sese attrahant tanta potius attractione, quam alia? Nulla sane inter distantiam, & attractionis speciem ita necessaria est connexio, ut alia quævis esse non potuerit. Præterea cur hæc potius in rerum natura existat materiæ quantitas, quam alia, nulla sane ratio esse potest, nisi arbitrium entis potentia infinita præditi; nemo sanæ mentis sibi facile persuadebit in determinata quadam materiæ massa haberi necessitatem existentiae potius, quam in alia quavis.

Tandem licet materiæ talis fingatur natura, ut habeat necessariam, sibi que essentialem vim inertiae, & virium legem, ita ut status quilibet datus a præcedenti determinari debeat, eadem nihilominus manet contra Atomistas demonstrationis vis. Etenim status ille, qui habetur tempore quolibet dato, nec a se ipso, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum existente suam habet determinationem ad existendum, sed determinationem illam accepit a statu præcedenti. Porro status præcedens non potest sequentem determinare, nisi quatenus ipse determinate existit; ipse autem nullam quoque in se habet determinationem ad existendum, sed illam accipit a præcedente. Quod de secundo præcedente statu diximus, dicendum de tertio, qui determinationem debet accipere a quarto, atque eodem modo progrediendo in infinitum orietur infinita series statuum, in quorum singulis habemus me-

merum nihil, relate scilicet ad determinatam existentiam postremi status. Summa autem nihilorum utcunque numero infinitorum est nihil; jamdiu enim constitit, merum esse paralogismum, infinitorum nihilorum summam finitæ alicui quantitati æqualem esse.

Ex his ergo id evidenter colligitur, ens seriei ipsi extrinsecum, quod hanc seriem elegit præ seriebus aliis infinitis, infinitam habere determinationem, & vim electivam, quæ unam illam ex infinitis eligat. Cognitionem habere debuit, & sapientiam, ut hanc seriem ordinatam præ inordinatis abhibuerit. Si enim sine cognitione, & electione egisset, infinities probabilius foret, ab illo determinatam fuisse aliquam seriem inordinatam, quam unam ex ordinatis; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas sit infinita. Igitur ex ipsis quoque Atomistarum principiis manifestum fit, infinitam esse probabilitatem pro cognitione, sapientia, ac libera electione, quæ quidem probabilitas infinita omnimodam certitudinem inducit, ac proinde Atomistas propriis armis impugnavimus. Hæc autem, quæ brevius demonstrata sunt, jungi debent iis, quæ in Metaphysica de fato, & necessitate fufe tractavimus.

II. Ex mirabili minimarum partium structura, magnitudine, vel attractiva magis, ac magis elucescunt divina bonitas, illiusque sapientia infinita. Pauca exempla hic considerare, & admirari satis erit. Calore solis rarefiunt aquæ particulæ, e mari ad superiorem aeris regionem sub forma vaporum evehuntur; nec unquam consistunt vapores,
do-

donec ad aerem ejusdem gravitatis perveniant, tumque subsidunt, nubesque componunt, & mille figuras induunt. Mox eadem particulæ frigoris vi, aliisve causis condensantur, & in minus spatium coactæ formam priorem amittunt, & in terram pluvix, nivis, grandinis instar relabuntur. Maxima pluvix pars per fluvios ad mare deducitur, iterum in vapores abitura; pars vero aliqua terræ se immiscet, & ibi deposita arborum, herbarumque radices, & semina ingreditur, e quibus in alias corporum species affurgit. Diverſa corpora componit eadem pluvialis aqua, prout diverſa ingreditur rerum semina, quædam scilicet transit in plantas, quædam in graminia, aliqua in flores, aliqua in quercus, ornos, fagos, & alias quamplurimas arborum, & plantarum species. Ecquis ergo non admirabitur divinam providentiam, quæ sapientia, & bonitate infinita ad hominum commoda minimarum particularum structuram composuit, atque ordinavit? Sed idem exemplum rursus persequamur. Nec in eadem planta eadem omnino manet pluvia, plantæ omnes ex innumeris heterogeneis constant partibus; sic in lino E. G. alia est forma radices, alia caulis, alia tenuium fibrarum, alia florum. Rursus consideremus ipsam vel unius caulis utilitatem, miramque varietatem. Caulis membranam separant lini artifices, & postquam mille tractaverunt modis, fibras in oblonga contorquent fila, quæ deinde in se convoluta glomorum species referunt. Fila hæc varie inter se connectunt, & texunt linteones, & arte sua telas ex illis componunt, quæ vestimenta hominibus præ-

præbent. Hæc denique annis obsita in lin-
teola redacta aquæ immittuntur, malleis
ligneis in mollem quasi pulpam subiguntur,
quæ tandem exsiccatō humore aqueo in pa-
pirum transmutatur, quæ si igni immitta-
tur, partim in tenuissimum pulverem, par-
tim in fumum evanescit. En quantam ex
mutato partium situ, ex mutata illorum
vi attractiva rerum & effectuum varieta-
tem!

Sed universæ naturæ pro varia cœli tem-
perie mutationem, variamque dispositionem
breviter percurramus. Cum terræ partes sin-
gulæ situm suum respectu solis continuo mu-
tent, ejusdemque radios nunc magis, nunc
minus obliquos, nunc breviorē, nunc diutur-
niori tempore excipiant, universa fere re-
rum natura novam faciem per vices induit.
Autumno exarescunt segetes, & fructus ma-
turescunt, viridem, amœnamque faciem pau-
latim deponunt campi, & decidunt arbori-
bus folia, mox ingruente hyeme fringent,
& horrent omnia, nix tegit alta montes,
cujus onere depressæ laborant sylvæ, ipsæ
maris aquæ stabiles, & firmæ redduntur,
quodque prius fuit navibus tantum penetra-
bile, nunc exercitus, & castra gerit. Iterum
mutato telluris, solisque respectu diffugiunt
nives, redeunt gramina campis, & sua ar-
boribus folia, *nec stabulis jam gaudet equus,*
nec arator igne; sed nova prorsus, & læta
apparet rerum facies, & annus per æstatem
ad autumnum revertitur.

Quamvis ex sola minimarum particula-
rum mutatione, figura, magnitudine, vi
attractiva oriri certissimum sit infinitam ef-
fectuum varietatem, pro ea tamen, quam
no-

aobis præscriptimus, philosophica timiditate, atque ingenuitate, asserere non audemus, materiam omnem ita homogeneam esse, ut ex diverso dumtaxat minimarum partium situ repetenda sit specifica corporum differentia. Hanc quæstionem deinde revocabimus, variasque Philosophorum opiniones expendemus, ubi sermo erit de corporum natura. Interim ingenue fatendum est, nobis innotescere dumtaxat corporum superficiem, ipsumque, ut ita dicam, corticem, intimam vero texturam, atque naturam nos omnino latere. In hac autem nostra ignorantia iterum elucet divina bonitas, quæ humanam superbiam reprimere voluit, eas tantum permituens cognitiones, quæ ad vitæ necessitates, & utilitates conducere possunt.

III. Longius esset referre utilissima experimenta, quæ in præsentī argumento sumptierunt celeberrimi Physici; unum asserere satis erit, quod in publicam utilitatem maxime redundare potest. Accuratissimis experimentis compertum est, eam esse salis marini, & salis tartari saluberrimam indolem, ut sulphureos vapores, aliosque perniciosissimos halitus plurimos potentissime attrahant, atque absorbeant, cujus quidem virtutis in periculosis occasionibus nonnullis utilitas maxima esse potest. Artifices aliqui, ut plumbarii fusores, noxias tractant materias, e quibus perniciosissima erumpunt corpuscula. Si autem hanc adhibeant diligentiam, ut pannum salina aliqua solutione madidum ori, naribusque admoveant, vaporum periculum declinare poterunt. Eadem de causa factum est, ut adversus pestiferos halitus tanquam optimum antidotum credi soleat

leat acetum album. Hac salium proprietate
 admodum salutari ad minuendum saltem præ-
 sens periculum, uti possent, qui in fodinis,
 aliisque infectis locis non sine vitæ discrimi-
 ne labori manum dare coguntur. Sed de hac
 re legenda sunt, quæ refert clarissimus do-
 minus Hales in eximio opere, cui titulus
 est: *Statica vegetabilium*. Hæc pauca dicta
 sint ad demonstrandam præcedentis capitis
 utilitatem. Minimarum particularum vim
 attractivam ad explicanda artis chymicæ phæ-
 nomena transferunt magni quidem viri; ve-
 rum quamvis hæc doctrina nonnullis experi-
 mentis feliciter satisfacere videatur, ea ta-
 men abutuntur Physici, qui singulas opera-
 tiones chymicas per attractionis, vel repul-
 sionis nomen clare explicasse confidunt; Illi
 autem merum effectum, nullam vero effe-
 ctus causam proferunt.

C A P U T III.

De gravitate constanti.

QUAMVIS in præcedenti capite demon-
 strata fuerit gravitatis cœlestis, atque
 terrestris lex communis, quæ nempe
 decrescat in ratione duplicata distantiarum a
 centro; observavimus tamen, ita exiguas es-
 se distantias, in quibus experimenta habere
 licet, si conferantur cum integra telluris se-
 midiametro, ut nulla in gravitate terrestri
 variatio experimentis, vel observationibus
 conspicua esse possit. Præterea corpora o-
 mnia, quæcumque sit illorum natura, figu-
 ra, magnitudo, sublata aeris resistantia, ut
 sit in vacuo boyliano, æqualibus temporibus
 æqua-

æqualiter descendunt, ac proinde vis gravitatis æqualibus temporibus æqualiter agit. Itaque gravitatem terrestrem licet reipsa variabilem, tanquam constantem, & uniformem usurpant Physici, nosque hanc gravitatem in præsentī capite considerabimus. Tria autem potissimum expendemus; 1. præcipuas gravitatis affectiones explicabimus, 2. gravitatis causam investigabimus, 3. tandem centri gravitatis doctrinam exponemus.

A R T I C U L U S I.

De gravitatis terrestris affectionibus præcipuis.

I. **G**RAVITATIS nomine hic generatim intelligitur vis illa, qua corpora ad terram tendunt. Porro confundi non debet gravitas cum ipso corporum *pondere*; gravitas enim est vis, quæ singulas materiæ particulas deorsum urget; pondus autem est ipsa gravitatis quantitas in unoquoque corpore, seu est ipsa gravitatum summa, vel aggregatum. Pondera quantitibus materiæ proportionalia esse, ex ipsa gravitatis natura facile colligitur. Etenim cum vis gravitatis sit constans, & in singulas æquales materiæ particulas æqualibus temporibus æqualiter agat, seu æquales ictus imprimat, erit numerus ictuum, ut particularum æqualium numerus. Præterea cum corpora omnia per lineas ad sensum parallelas recta descendere observentur; patet, gravitatis directiones esse parallelas; ideoque gravitatis ictus in eandem directionem conspirant. Igitur gravitas tota erit, ut numerus ictuum, hoc est, ut quantitas materiæ; nam quo plu-

plures sunt æquales materiæ particulæ, eo plures erunt ictus. Quare pondera sunt quantitibus materiæ proportionalia; evidens autem est, hanc demonstrationem valere in quolibet corporum genere; quæcumque sit illorum figura, textura, natura; cum gravitas ex his corporum conditionibus nequaquam pendeat.

Ex his autem facile intelligitur experimentum, quod vix in animum sibi inducere possunt viri rerum physicarum imperiti, & sensuum præjudiciis assueti. In longioris tubi parte superiori suspenduntur duo pondera, utcunque inæqualia, E. G. gravissimum aurum, & levissima pluma: facto deinde, ut moris est, vacuo ope machinæ pneumaticæ, corpora illa eodem temporis puncto demissa, eodem omnino tempore descendunt, & æqualibus temporibus æqualia spatia percurrunt. Experimenti ratio statim patet; & quidem corpora duo divisa intelligantur in particulas æquales innumeras; vis gravitatis in particulas illas æquales æqualibus temporibus æqualiter agit, ac proinde singulæ particulæ æqualibus temporibus æqualiter descendunt. Id vero declaratur exemplo hominum eadem velocitate currentium; sive enim conjunctis, sive sejunctis manibus currant, eodem tempore ad propositum scopum perveniunt. Pari ratione sive corporum particulæ seorsim descendant, sive majus, minusve corpus, atque aggregatum componant, eodem plane tempore debent descendere. Quod ergo corpora inæquali velocitate per aerem descendant, id tribuendum est aeris resistentiæ; sed hujus inæqualitatis

litatis causam deinde fusius explicabimus, ubi de medii resistantia sermo erit.

II. Gravitationem hætenus consideravimus in eodem terræ loco; verum quamvis gravitas in eadem regione sit constans, vi tamen centrifuga in remotioribus terræ locis eam plurimum immutari, certissimum est, quod qua ratione detectum fuerit, atque confirmatum, enarrabimus. Superioris Sæculi anno 72. Cayennam insulam Æquatori proximam profectus est dominus Richerus ad Astronomicas observationes ineundas a regia Parisiensi Academia missus; secum detulerat horologium, quod Parisiis cum coelestibus motibus accurate conspirabat. Eo adhibito deprehendit multo lentiores ejus motum, ita ut singulis diebus per bina minuta cum dimidio ab integræ dier. mensura deficeret. Rem miratus, quam nec ab aliqua machinæ mutatione, nec ab alia ejusmodi causa videbat oriri posse, illud conjecit, vim minorem esse versus Æquatorem, quam Parisiis; unde fieret, ut pendulum lentius vibrationes suas perficeret, & horologium ipsum retardaret. Ut autem certius constare posset, an res ita se haberet, accuratissime inquisivit in longitudinem penduli, quot singulis minutis secundis horariis singulas oscillationes absolveret, & ejus longitudinem æri incidit, ut eadem observatione in Galliam regressus iterata, utramque mensuram conferre posset. Constat enim, pari gravitatis vi longiora pendula lentius oscillationes suas peragere, breviora citius; pari longitudine penduli, & diversa vi gravitatis ea pendula lentius moveri, quæ minori a-

gun-

guntur vi ; si autem bina pendula eodem tempore oscillationes suas peragant , quæ idcirco *isochrona* appellantur , inæqualem vero habeant longitudinem ; illud , quod longius est , gravitate majori urgetur . Hæc quidem omnia pendent ex pendulorum doctrina , quam deinde explicabimus ; interim vero evidens est , vim illam majorem esse , qua fit , ut pendulum eodem tempore per majores arcus excurrat . Nec Richeri spem fefellit eventus ; regressus enim Parisios , ita brevioris penduli isochroni mensuram invenit , ut is quidem de inæqualitate gravitatis in diversis terræ locis dubitare omnino non posset .

Rei novitas universam perculit litterariam Rempublicam , atque commovit mirum in modum , multis sub initium renuentibus , aliis observationum vitio phænomenon tribuentibus , aliis vi caloris durissima quæque metalla dilatantis . Nec defuerunt , qui , observationibus per Europam institutis , gravitatem ubique æqualem se invenisse , affirmarent , cum nimirum iis methodis , quæ tum in usu erant , minus perfectæ , & perpolitæ , exiguum discrimen in tam exiguis locorum intervallis nequaquam deprehendere potuerint . Hinc observationes multo accuratiores in plurimis , & admodum diffitis terræ locis fuerunt institutæ ; hinc Academici Parisienses Regis jussu , & liberalitate versus Polum Borealem , & versus Æquatorem expeditionem litterariam susceperunt , atque tandem summo observationum consensu certo definitum habemus , gravitatis vim ab Æquatore ad Polos augeri perpetuo . Nos quoque hic Romæ in hortis Regii SS. Trinitatis

nitatis Cœnobii longitudinem penduli ad minuta secunda oscillantis investigavimus. Neque in hac observatione ullam passi sumus desiderari diligentiam; observatio per plures dies instituta est in loco nullis curruum tremoribus agitato; adhibuimus pendula duo, quorum unum a celeberrimo artifice Londinensi *Grahamo* elaboratum est. Utebatur etiam mensura bipedali londinensi accuratissima, factaque observationum comparatione, res eadem propriis experimentis innotuit. Verum quod spectat hujus variationis legem, ad præsentem locum non pertinet, tota res cum figura telluris, aliisque difficilioribus nondum explicatis Physicæ principiis conjuncta est. Eo loci ponimus vim gravitatis constantem, & per rectas parallelas tendentem; quod quidem facere licet, cum in hoc capite gravitatem consideremus in eodem terræ loco, vel in locis a se non multum dissitis. Sed hæc doctrina, quam minus accurate nunc considerare satis est, majori deinde subtilitate, & diligentia explicari debet, ubi de pendulis, & telluris figura tractabimus.

III. Neque tamen hic omnino prætermittendum est, quod de hujus variationis causa afferri solet. Vi imaginandi nobis assignamus globum aliquem, qui circa suum axem convertatur. Partes illæ, quæ proximæ sunt polis, per quos axis ipse traducitur, eodem tempore peragunt gyros admodum exiguos, qui quidem eo magis crescunt, quo magis a polis receditur, ita ut omnium maximus is sit, qui ab utroque polo æque distat, & in eo globi motu *Æquator* appellatur. Hinc ibi vis centrifuga omnium maxima

ma esse debet, atque eo gradatim decreſcit
 magis, quo magis acceditur ad polos; quod
 quidem demonſtratum eſt, ubi ſermonein
 habuimus de vi centrifuga. Rem igitur ad
 tellurem tranſtulerunt; poſito ejus diurno
 motu conſiderarunt vim certifugam ſub Æ-
 quatore maximam eſſe debere, prope Polos
 minimam, in Polis nullam. Illud præterea
 notarunt, vim centrifugam ſub Æquatore di-
 rigi ad partes centro telluris oppoſitas, quod
 ipſius Æquatoris eſt centrum; in reliquis au-
 tem locis dirigi ad partes oppoſitas illi axis
 puncto, quod eſt circuli deſcripti centrum,
 quod quidem centrum eo remotius eſt a
 centro terræ, quo magis circulus ille ab Æ-
 quatore recedit, ac proinde cum vis gravi-
 tatis ubique dirigatur verſus terræ medium,
 obſervarunt ipſam vim centrifugam ſub Æ-
 quatore magis etiam directe gravitati oppo-
 ni, quam verſus Polos. Ex dictis patet, du-
 plicem conſiderari poſſe gravitatem, unam
 ſcilicet, quam *primitivam* vocant, nulla vi
 centrifuga turbatam, hæcque gravitas ſub
 Polis dumtaxat habetur; altera autem eſt
 gravitas *variabilis*, vel *actualis* pro varia
 ſcilicet a Polis diſtantia. Neque huic gravi-
 tatis variationi obſtat, quod nullam in cor-
 porum pondere inæqualitatem deprehendere
 liceat; ejusdem corporis idem pondus tum
 hic Romæ, tum in America per balances
 experimur. Etenim pondus examinandum
 comparamus cum alio pondere, quod in
 Americam tranſlatum æque mutatur, ita
 ut eadem maneat ponderum relatio, ac
 proinde corpus, quod hic inventum eſt li-
 bræ unius, debet & in America unius li-
 bræ pondus demonſtrare. Re quidem vera

Jacq. T. IV.

E

ſi poſ-

si possemus perfecte nosse vim, quam nos hic in sustinendo pondere exercemus, & ejusdem vis meminisse, ubi pondus in remotam regionem transfertur, liceret ex ea vi æstimare auctam, vel imminutam gravitatis vim. At nostri conatus nobis omnino ignoti sunt, vix crassiorē quamdam comparisonem sensationum ope instituimus, subtiliora discrimina nequaquam percipimus, atque etiam ipsæ vires nostræ mutantur in horas.

IV. Gravia esse corpora omnia, jam apud cultiores Philosophos compertum est. Et quidem pondus demonstrant corpora omnia, in quibus experimenta sumere licet, ne his quidem demptis corporibus, quæ a vulgo imperito levissima creduntur. Ita fumus, qui in aere sursum ascendit, factō vacuo Boyliano, deorsum relabitur, proprio scilicet pondere. Quod ergo fumus per aerem sursum evehatur, id tribuendum est majori aeris gravitati, qua fit, ut aer majori conatu tendat deorsum, ac proinde fumum propellat sursum. Itaque nulla est vera corporum levitas, sed *relativa* dumtaxat, & *apparens*. Quare distinguenda est gravitas in *absolutam*, & *relativam*. Gravitas absoluta est tota vis illa, qua corpora tendunt deorsum. Gravitas autem specifica est ratio gravitatis absolutæ corporis unius ad gravitatem absolutam corporis alterius sub eodem volumine, sive quod idem est, gravitas specifica est ratio ponderis corporis unius ad pondus corporis alterius eodem manente volumine. *Volumen*, vel etiam *moles* dicitur totum spatium extrema corporis superficie comprehensum, sive includat spatiola vacua, sive heterogeneas etiam particu-

ticu-

tículas. Ex idea massæ, & voluminis oritur
 idea *densitatis*. Densitas eo major dicitur,
 quo major est corporis massa, seu quantitas
 materiæ sub eodem volumine; si vero eadem
 maneat quantitas materiæ, mutetur autem
 volumen; quo minus est volumen, eo ma-
 jor dicitur densitas; ac proinde densitas est,
 ut massa directe, & volumen inverse.
 Quare si massa dicatur M , volumen V ,

densitas D ; erit $D = \frac{M}{V}$, ac proinde etiam

$M = DV$. Quia vero gravitas specifica est
 ratio quantitatis materiæ, seu ponderis ad
 volumen, eodem manente volumine, evi-
 dens est, gravitates específicas esse, ut densi-
 tates. Contraria ratione eo rarius dici solet
 corpus, quo minorem sub eodem volumine
 continet materiæ quantitatem, ac proinde
 raritas est in ratione inversa densitatis. Igi-
 tur ad corporum raritatem facile transferun-
 tur præcedentes formulæ. Jam vero quamvis
 ob minorem specificam gravitatem nullum
 pondus aliquando ostendere videantur corpo-
 ra; probe tamen miminisse oportet levita-
 tem illam relativam esse dumtaxat; sed hæc
 omnia in meliori lumine collocabimus, ubi
 fluidorum doctrinam exponemus. Cæterum
 quamvis dicamus, corporum gravitatem ex-
 perimentis compertam esse, id tamen dictum
 nolumus de subtilissimis quibusdam corpori-
 bus, igne, E. G., & flamma; horum enim
 corporum tantillum est pondus, ut nulla ex-
 perimentorum subtilitate innotescere potue-
 rit; quidquid affirmant Philosophi quidam
 suis experimentis plus æquo confisi. Sed to-

tam rem deinde ad examen revocabimus, ubi ignis proprietates considerabimus.

A R T I C U L U S II.

De causa gravitatis.

I. **M**irantur imperiti homines, a Philosophia tanto studio quæsitum esse, cur gravia descendant, hancque statim in promptu rationem adesse, respondent, quod nempe non sustineantur. Verum quod ita facile, & obvium creditur, ut imperitorum hominum mos est, summos viros in varias traxit sententias, & adhuc sub iudice lis est. De gravitatis causa quatuor circumferuntur Philosophorum opiniones. Peripatetici existimant, gravitatem esse vim quamdam, vel qualitatem realem corporibus omnibus intrinsicam a Deo ipsis impressam; ita ut quemadmodum corpora per extensionem locum occupant, per impenetrabilitatem sese mutuo ab eodem loco excludunt; sic quoque per gravitatem ad locum infimum, sive telluris centrum ferantur. Newtoniani, gravitatem omnibus omnino corporibus inditam, ac impressam esse, constituunt, ita ut non modo ignis, & aer, quos Peripatetici leves existimant, sed ipsa quoque tenuissima ætheris substantia, quæ gravitatis expers a Cartesianis effingitur, gravitatem aliquam habere debeat, ac nulla proinde levitas positiva in rerum natura reperiatur. Atque ista quidem evidenter adeo, nitideque experimentis demonstrantur, ut dubitari non possit, gravitatem hanc, vel, ut vocant Newtoniani, vim

vim centripetam corporibus omnibus inesse. At undenam centripeta vis illa singulis corporibus imprimatur, id nobis hætenus occultum, atque inexploratum esse, Newtonus ingenue fatetur, variasque causas enumerat ex quibus eadem vis centripeta velut origine pendere possit. At Newtonus non *physice* gravitatis originem scrutatur, sed *mathematice* tantum gravitatis effectus, leges, atque phænomena exponere aggreditur. Itaque a definienda gravitatis origine prudenter abstinuit, & quamvis illam ab attractione oriri dixerit; in variis tamen locis profitetur, si physice res exploretur, ab impulsione originem habere posse. At eximiam sapientissimi viri modestiam haud semper emulati sunt, qui Newtoni doctrinam exponunt; etenim attractionem ipsam velut physicam, exploratamque gravitatis causam ita ingerunt, ut eam in dubium vocari minime patiantur. Neque tamen putandum est, Philosophos illos occultas Peripateticorum qualitates obtrudere voluisse. Peripatetici attractionem considerabant, velut *entitatem*, aut *qualitatem* certis quibusdam corporibus inhærentem, quas quidem qualitates ex specificis corporum formis oriri aiebant; formæ autem nomine in veteri Philosophia nihil obscurius esse potest. Porro nullam talem *entitatem*, aut *qualitatem* fingunt recentiores Newtoniani; sed attractionem admittunt, velut universalem naturæ legem a supremo rerum omnium auctore constitutam, vel etiam ut corporum omnium proprietatem habent; quæ quidem opinio a Scholasticorum qualitatibus longe differt. Gassendus existimat particulas, atomos, sive corpuscula plurima quaquaversum

velut radios e terræ gremio diffundi, quæ corpuscula, cum fere uncinata, & hamata intelligi possint, ubi in corpus aliquod incur-
runt, illi maxime adhærent; hinc fit, ut ter-
restres particulæ cum corporis ejusdem parti-
culis arctissime devinciantur, illudque secum
in terram abripiant eo prorsus modo, quo
tenuissimæ quædam particulæ ex magnetis
substantia prodeunt, ubi ad ferrum perve-
nerint, illisque fuerint implicitæ, ferrum i-
psum ad magnetem referunt. Vix refelli me-
rentur hac in re Peripateticorum, & Gas-
sendistarum figmenta. Quid sint qualitates
occultæ, neque explicant illarum defensores,
neque ipsi videntur intelligere; recentioris
philosophiæ lumine jam dissipatæ sunt illæ
qualitatum occultarum tenebræ. Neque fir-
miori fundamento innituntur uncinata, at-
que occulta Gassendistarum corpuscula; ni-
hil enim admitti jubet cultior Physica, nisi
quod experimenta, atque observationes cer-
to existere demonstrant. Deinde quam cau-
sam assignare poterunt Gassendistæ, cur un-
cinata illa corpuscula e tellure exeant, ad
diversas altitudines rapiantur, & tandem re-
labantur. Talia certe commenta difficulta-
tem non explicant, imo non parum augent.
Quid sentiendum sit de Newtonianorum
sententiâ, ex hujus articuli progressu mani-
festum fiet.

Ultima tandem superest Cartesianorum hy-
pothesis magno doctrinæ apparatu munita.
Materiam quamdam subtilissimam communi-
scuntur Cartesiani, hanc ponunt circa terram
vorticis motu agitari, ipsamque terram cir-
ca axem revolvi; quo fit, ut eadem materia
vim centrifugam acquirat, & corpora terre-

stria

stria versus terram propellat, nempe secundum directionem vis centrifugæ directioni contrariam. Id autem illustant exemplo fluidorum, quæ corpora sibi demersa si minorem habeant gravitatem specificam, sursum evahunt; ita etiam vorticis materia corpora, qua non tanta pollent vi centrifuga, deorsum trudere debet. His explicatis sit

C O N C L U S I O.

A VORTICE CARTESIANO REPETI NON POTEST GRAVITATIS CAUSA, NEQUE AB ULLO IMPELLENTE FLUIDO, QUOD EASDEM CUM FLUIDIS COGNITIS PROPRIETATES HABEAT.

Probatur prima pars. 1. Ex hac hypothesi sequeretur, vim centrifugam vorticis ipsa vi centrifuga corporis multo majorem esse, vel materiam subtilem ipso corpore esse multo densiorem. Etenim gravitas corporis fluido Cartesiano immersi æqualis foret virium centrifugarum, vorticis scilicet, & corporis differentia per suas respective massas multiplicatæ; si nempe gravitas corporis immersi dicatur G , vis centrifuga materiae subtilis, cujus locum occupat, dicatur V , massa M , vis centrifuga corporis U , massa m , erit $G = V \times M - U \times m$. Evidens enim est, virium illarum differentia corpus pellendum esse, ac proinde $V \times M$ major esse debet $U \times m$, ideoque vel V major est, quam U , vel M major, quam m ; sed utrumque repugnat. Primum quidem; etenim vis centrifuga corporis ex rotationis velocitate circa terram oritur, hæc autem velocitas telluris

velocitati proxime æqualis est. Itaque in primo casu multo maiorem fore oporteret vorticis velocitatem ipsa velocitate telluris; hinc secundum rotationis terrestris directionem, ab occidente scilicet ad orientem, perpetuus,isque vehementissimus sentiretur ventus. Neque minus repugnat casus alter, maiorem scilicet esse vorticis, quam materiæ terrestris densitatem; hujus enim densissimæ materiæ resistantiam aliquam experiremur, tum sursum deorsum, tum deorsum sursum. At experimentis compertum est, totam, quam experimur resistantiam, aeri tribuendam esse, eamque nullam esse in vacuo boyliano, in quo corpora omnia æquali velocitate descendunt. Absurdissimum ergo est fingere tantam in materia vorticis densitatem, quod quidem ultro largiuntur Cartesiani. Quare in primo casu paulo diutius immorabimur, variasque considerabimus velocitatis hypotheses.

Ponamus, vorticis circumterrestris velocitatem eandem esse quam proxime cum velocitate telluris; jam ob datam diurnam telluris rotationem 24. horarum spatio dabitur quoque ipsa vorticis velocitas. Præterea ex observationibus geographicis nota est semidiameter terrestris, ac proinde & ipsa maximi terrestris circuli peripheria, datur ergo vorticis circumferentia. His autem datis, meminisse oportet, vim centrifugam corporis in circulo revolventis tempore minuti unius secundi esse, ut quadratum arcus eodem tempore descripti per diametrum divisi. Ille autem arcus facile invenitur per notissimam regulam trium, si dicatur: tempus totum viginti quatuor horarum est ad integram vorticis, sive maximi terrestris circuli circumferen-

rentiam, ut tempus minuti unius secundi ad arcum eodem tempore percursum; hujus arcus quadratum dividatur per vorticis, sive telluris diametrum, habebitur vis centrifuga, illa scilicet lineola perpendicularis, quæ continetur inter tangentem, & arcum minuti unius secundi tempore descriptum; tali scilicet vi centrifuga corpus aliquod per lineolam prædictam minuti unius secundi tempore descenderet. Si ex his principiis calculus ineatur, invenietur spatium tempore minuti unius secundi a corpore vi centrifuga vorticis agitato percurrendum non excedere pedem dimidium; igitur gravia vi centrifuga vorticis Cartesiani prope terram tempore minuti unius secundi non ultra dimidium pedem descenderent; at hoc ipso tempore pedes quindecim percurreunt, ut notum est experimentis. Ergo gravitatis phænomenis non satisfaceret Cartesiana hypothesis.

Ut hujus demonstrationis vim effugiant Cartesiani, fingunt, vorticis celeritatem telluris vertigine esse multo majorem. Et requidem ipsa velocitatis decies septies majoris, hypothese facta, initoque, ut jam exposuimus, calculo, prodit lineola, quæ vim centrifugam exhibet pedum quindecim, ut postulant gravitatis phænomena. Verum explicandis deinde motuum legibus repugnat hæc major velocitas; vortex enim velocior in ipsam terram transferret aliquam velocitatis suæ partem, donec tellus, & vortex comuni velocitate moverentur; hanc tamen concedamus hypothesis, & quid ex ea sequatur, expendamus. Quicumque animo paululum attento rem perpenderit, facile assentietur, effici non posse, ut materia subtilis,

E 5

ipsaque

ipsaque tellus tanta ferantur velocitatum differentia, nisi prominentia quæque corpora in telluris superficie, veluti arbores, ædes, turres abripiantur, atque subvertantur. Quis quæso hominum erectus stare super terra vel ad punctum temporis posset; capite decies septies velocius pedibus versus orientalem plagam translato?

Præterea experientia quotidiana compertum est, gravia in sublimine jacta deorsum recta tendere, idemque soli terreni punctum, cui ad perpendiculum projecta respondent, relapsa attingere; at in prædicta hypothese longe aliter se haberent experimenta. Corpus omne, quo altius in atmosphæra translatum foret, eo longius in ortum recideret, & a perpendiculo longissime aberraret. At nulla in quolibet corporum terrestrium statu deprehenditur experimentorum differentia; omnia perinde se habent, ac si terra, quam inhabitamus, plane quiesceret. Nec aliquis dicat, subtilissimum ætherem, dum ab occasu in ortum gyrat, corporum crassiorum poros rotationi suæ obvios pervadere, sicque perpendiculari eorum casui non obsistere. Quoniam enim modo corpora versus communis vorticis centrum materia illa depelleret? Cur eorundem gravium poros secundum vis centrifugæ directionem patefactos nihil eidem materiæ intercludat? His demonstratis, jam concludere licet. Rejici omnino debet hypothesis illa, quæ certissimis repugnat gravitatis phænomenis; atqui &c. ergo &c.

II. In hypothese Cartesiana per circulos Æquatori parallelos defertur vorticis materia, ac proinde vires centrifugas secundum lineas in horum circulorum planis semper jacentes age-

agere oporteret; descenderent ergo corpora omnia in eorundem circulorum planis, & perpendiculariter ad axem, non ad ipsam telluris superficiem tenderent; quod quidem falsum esse demonstrant experimenta; in circulis enim *Æquatori* parallelis per lineas obliquas gravia descenderent, quod est contra experientiam. Hanc demonstrationem experimento ita repræsentare solent *Physici*. Sphæra vitrea aquam ex parte continet, aquæ innatant corpuscula plurima; machina hoc modo comparata circa axem velocissime convertitur; id vero observare licebit, corpuscula non centrum petere, sed disponi secundum axis longitudinem. Experimentum illud *Cartesianam* hypothesein satis apte repræsentare videtur. Sphæra circumacta ipsam telluris vertiginem exhibet; corpuscula autem aquæ immersa vices gerunt corporum terrestrium, quæ vorticis materiæ innatant in prædicta hypothesei; idem proinde facere deberent corpora terrestria, quod in corpusculis illis observamus, nempe ad axem telluris tenderent. Itaque tum ratiocinatione, tum experientia facile refellitur *Cartesiana* vorticum hypotheseis.

Probatur secunda pars. Si gravia subtilis materiæ vi deorsum quovis modo pellantur, vis, qua descendunt corpora, erit, ut numerus particularum fluidarum, quibus simul agentibus versus terram trudentur; sed numerus particularum est, ut corporis superficies, quod est evidens; quare vis, qua corpus deorsum premitur, erit, ut ejusdem superficies, non ut ipsa quantitas materiæ, quod quidem experientiæ repugnare, jam antea demonstravimus. Et quidem in hac hypothesei

E 6. cor-

corpora quælibet sub eodem volumine eandem haberent gravitatem specificam ob æqualem fluidi actionem ; ita æquale pondus haberent pes cubicus auri , & pes cubicus suberis . Præterea ob eandem rationem , seclusa aeris resistantia , descendendum corporum velocitas sub eodem volumine foret in ratione reciproca massarum ; si enim eadem vis maneat , velocitates se habent in ratione inversa quantitatum materiæ , ut jam demonstratum est . At corpora omnia æquali velocitate in vacuo boyliano descendunt , ac proinde gravitas agit in ratione massæ , non autem voluminis . Hæc demonstratio quamlibet fluidi prementis hypothesim evertit , nisi reponant Cartesiani , quod quidem faciunt recentiores hujus hypotheseos reformatores , fluidum , quod gravitatis causa est , a nostris fluidis longe diversissimum esse , alias proprietates habere , & secundum alias plane leges agere . Sed ita philosophari nugari omnino est . Tali enim philosophandi modo jam ineptissima quæque hypotheseon commenta in Philosophiam invehere licet , & de universa Physica actum est . In hanc conclusionem de gravitate terrestri dumtaxat sermonem habemus ; quæ enim ad gravitatem cœlestem pertinent , explicato systemate planetario convenientius tractabuntur . Proprio etiam loco differemus de causa attractionis , quæ inter minimas viget corporum particulas , ubi phænomena ad hanc aliam attractionis speciem referenda exponemus .

Objices contra primam partem . Gravia ad telluris centrum , non ad axem tendere , ex Cartesiana hypothesi intelligitur . Nec contrarium probat allata inter probationes demon-

monstratio. Requidem vera si fingatur particula materiæ revolvens in circulo, cujus radius GB . (*Fig. 7.*) hujus materiæ vis centrifuga secundum radium GB dirigitur. Accurate quidem se habet demonstratio, si circulus solitarie spectatur. At si circulus, ipsaque revolvens materia in vortice sphærico, cujus partes sint, considerentur; jam radius GB , ideoque & vis centrifuga in puncto B oblique se habet respectu tangentis BR ; quare directio obliqua BG resolvi debet in BC , quæ transit per centrum, & ad tangentem BR perpendicularis est. Hæc vis centrifugæ resolutio patet ex demonstratis de virium compositione, & resolutione. Igitur vi centrifuga vorticis non pellentur gravia versus G , sed versus vorticis centrum C . His demonstratis sic argumentari licet; gravissima omnium difficultas, quæ objici solet, hæc est, quod nempe gravia ad centrum telluris non tenderent; atqui huic objectioni satisfactum est: Ergo &c.

Resp. transeat major, nego min. Mirum fane est, quod accuratissimæ demonstrationis vim tali responsione eludere tentaverint scriptores aliqui rerum physicarum non omnino imperiti. Et quidem si virium resolutionem instituere velimus, vis centrifuga GB non in solam vim per CB resolvitur, sed simul in vim tangentialem per BR . His autem duabus viribus conjunctis per BC , BR , corpus describet diagonalem BC . Propositam objectionem absurdam omnino esse, experientia confirmat. Si enim vas MAD liquore plenum corpus aliquod in B minus grave specificè contineat; corpus illud verticaliter ascendet per BG , non autem per BC quod

quod tamen fieri oporteret, si valeret objectio.

Instabis. Fingi potest vortex duplici motu simul agitatus circa axes duos, quamquidem hypothese[m] factam legimus a Clarissimo Bulfingero in dissertatione de causa gravitatis, quæ ab Academia Regia Parisiensi anno 1728. præmio condecorata fuit. Hac posita vorticis duplici vertigine, jam fieri ait vir prælaudatus, ut fluidi particulæ circulos maximos singulæ describant. Itaque vis centrifugæ directio in quolibet puncto jacebit in circuli maximi plano, ac proinde vi centrifuga corpus pelletur ad commune circulorum maximorum centrum, hoc est ad centrum vorticis.

Resp. Nego ant. Fictitia omnino est, & male compacta Bulfingeri hypothesis. Vix in prædictam dissertationem oculos conieceram, cum statim cognovi, curvam hoc duplici motu describendam ad illud pertinere curvarum sublimiorum genus, quas duplicis curvaturæ appellant Geomotræ. Idem problema litteris communicavi cum clarissimo viro Petro Martino Neapoli Astronomiæ Professore; nonnullaque ad hanc rem spectantia demonstravi. Talem vero inveneram quæsitæ curvæ figuram, ut numeri arithmetici 8. notam referat. Proposuerat Bulfingerus machinam quamdam, cujus ope ad experimentiam problema posset revocari; sed hanc nondum perfectam affirmat, cum tempus instaret transmittendæ Parisios dissertationis, quam transmisit experimento nondum facto. Talis autem est machinæ structura; globus vitreus circa axem perpendicularem, & simul circa axem horizontalem eodem tempore con-

ver-

vertitur, qui quidem duplex motus facile obtineri potest. Globi superficies macula aliqua facile conspicua notatur, ejusdemque maculae motus observatur. Curavi talem machinam executioni mandari, saepiusque experimento instituto maculae viam attentis oculis persecutus, eam curvam observavi, quam Geometria mihi jam certe demonstraverat.

Objicies contra secundam partem. Extant Nevvtoni litterae ad Boylium datae, in quibus ætheris cujusdam subtilissimi hypothesein hunc in modum constituit. Ponit Nevvtonus, ætherem formari ex particulis per gradus indefinitos mole diversissimis; fingit deinde, in corporum poris minus ætheris crassioris latere, quam in spatiis liberis; ideoque in telluris globo multo minorem contineri ætheris crassioris quantitatem, quam in aeris regione. Ponit deinde, ætherem crassiorem in aere ad regionem telluris superiorem tendere, subtiliorem vero ætherem in terra tendere ad partes aeris inferiores; ita ut a parte superiori atmosphærae usque ad telluris superficiem, & a telluris superficie usque ad centrum æther per gradus perpetuo fiat subtilior. Fingamus jam corpus aliquod in aere suspensum, aut in ipsa telluris superficie positum; ætheris particulae in superioribus corporis partibus crassiores sunt particulis ætheris, quæ in inferioribus corporis partibus continentur (ex hypothese). Præterea æther crassior cum sit poris minus accommodatus, quam æther inferior, atque subtilior, descendere debet æther crassior, & locum subtilioris ætheri inferiori cedere; id vero fieri non potest, nisi corpus spatium ab æthere relictum occupet, ideoque descendet. Hæc est hypothesis Nevvtoniana,

quam

quam fere de verbo ad verbum ex prædicta epistola latine reddidimus; eandem hypothese-
sim plurimis aliis in locis indicavit Nevvtonus. Tandem aliæ fingi possent hypotheses. Quid enim vetat, quominus aliud quoddam invehamus fluidum, quod diversissimas a fluidis cognitis proprietates habeat, secundum alias omnino leges agat, quod nullam, aut fere nullam resistantiam præbeat, quod vi inertiae, vi gravitatis careat; sit tamen gravitatis causa. Unde sic concludendum: admitti possunt hypotheses philosophicæ, quarum falsitas demonstrari non potest; atqui &c; ergo.

Resp. Nego maj. Tanquam vanissimam repudiamus illam Philosophiam, quæ meris innititur conjecturis, atque hypotheses communibus naturæ legibus contrarias longe rejicimus. In memoriam revocentur, quæ de philosophandi regulis, & hypotheseon usu præscripsimus. Descripta hypothesis non satis digna videtur celeberrimo auctore suo, qui tantam in philosophando severitatem, atque diligentiam adhibuit. Et certe nullam gravitatis rationem reddit hæc hypothesis, huic enim commentitio ætheri tribuit gravitatem, cujus proinde alia superest afferenda causa. Igitur non sine fundamento credunt Nevvtoniani, magistrum suum in proponenda hac hypothesis usum fuisse quadam *philosophica* prudentia, & receptis vulgaribus Philosophorum opinionibus parcere voluisse. Tandem philosophicam Nevvtoni modestiam nos imitati nequaquam pronuntiamus, nullam esse extrinsecam, & ab aliquo fluido oriundam gravitatis causam; id unum affirmamus, ex vorticibus cartesianis eam repetendam.

dam non esse, neque ex ullo fluido, quod easdem cum fluidis cognitis proprietates habeat. Et quidem si fluidum illud grave sit, iterum de causa gravitatis redit quaestio. Si idem fluidum agat in corporum superficiem, vel in interiores corporum particulas; secundum vulgares fluidorum leges corporibus imprimere non potest talem motus quantitatem, quæ sit accurate, ut quantitas materiæ. Tandem fluidum illud ita subtile foret, ut corporum etiam durissimorum substantiam penetraret, neque corporum motibus resistentiam præberet, vi tamen maxima in se mutuo corpora impelleret. Hæ quidem proprietates communibus fluidorum proprietatibus omnino repugnant, easque nobis innotas esse, fatemur. Quæ cum ita sint, facile concedimus, gravitatem esse *qualitatem occultam*, dummodo hoc nomine nihil aliud intelligatur, nisi ignota effectus alicujus causa. Valde autem probabile est, Aristotelem nullam alia huic vocabulo tribuisse significationem, eamque ab illius sectatoribus fuisse corruptam, & pro arbitrio varie explicatam, vel potius obscuratam.

ARTICULUS III.

De Centro gravitatis.

I. **C**UM ab ipsa gravitate ortum haberint centri gravitatis doctrina, & nomen; rerum ordo postulat, ut argumentum illud, hic data occasione, pertractemus. *Centrum gravitatis* est punctum, ex quo corpus utcumque suspensum manet in æquilibrio, nulla parte præponderante. Quare si cen-

centri gravitatis motus omnis impediatur, immotas manere necessum est omnis corporis partes, ac proinde totum corporis pondus in ipso gravitatis centro collectum fingi potest, & loco ponderis ipsum gravitatis centrum substituere licet. Itaque patet, centrum gravitatis hoc modo definitum idem esse cum *centro æquilibrii*: quare utrumque vocabulum indiscriminatim usurpabimus. Non solum in corpore unico, sed quolibet corporum numero, seu, ut vocant, systemate considerari potest centrum gravitatis. Si virgam rigidam, atque inflexibilem fingamus omni pondere, & inertia destitutam, ipsaque suspendatur e puncto medio, & ad æquales hinc inde a medio suspensionis puncto distantias annectantur bini globi æqualis ponderis ipsi in æquilibrio manent, & neuter alterum vincere potest; quod evidens est, cum omnia hinc & inde sint paria, nullaque proinde sit ratio, cur unum alteri prævaleat. Si altera parte addatur pondus quantumvis exiguum, tolletur æquilibrium, & pars illa descendet, ascendente altera. Si distantia a puncto suspensionis non sit eadem, bina corpora æqualia non manent in æquilibrio, imo fieri poterit, ut id quod gravius est, sed puncto suspensionis propius cogatur ascendere; atque hæc est regula generalis æquilibrii; habetur nimirum æquilibrium, si distantia a puncto suspensionis sint ponderibus appensis reciproce proportionales, ita ut tanto minor sit distantia, quanto pondus majus est.

Hæc autem lex æquilibrii facili ratiocinatione ita intelligi potest. Si quædam vis requiritur ad movendum corpus aliquod per datum spatium dato tempore; evidens est, re-

qui-

quiri vim duplam ad movendum idem corpus per spatium duplum eodem dato tempore; item requiritur vis tripla ad movendum corpus per spatium triplum, & ita deinceps. Quare & illud manifestum est: si nempe quædam vis potest vim aliam contra propriam illius directionem agere per datum aliquod spatium dato tempore; ad eandem vim ita agendam per duplum, triplum, dimidium spatium, requiritur vis dupla, tripla, dimidia. Jam vero in virga prædicta si ponendum sit ex parte alterutra pondus, quod pondus aliud ex parte altera constitutum in eadem distantia sublevare debeat, ipso nonnihil majus esse oportet, ut ostendimus. Si autem corpus attollendum sit in dupla, tripla, dimidia distantia, attollendum erit per duplum, triplum, dimidium circuli arcum; illa enim pondera circa punctum suspensionis similes describunt circulorum arcus, qui proinde sunt, ut radii, sive ut distantia a centro motus. Quare requiritur dupla, tripla, dimidia vis &c., ac proinde si pondus eo sit minus, quo distantia major est in eadem ratione, neutra pars vincere potest, sed pondera in æquilibrio manere necessum est. Hoc ergo est principium æquilibrii: distantia scilicet a centro motus sunt in ratione reciproca ponderum, sive massarum; sunt enim pondera massis proportionalia. Fingi autem possent infinitæ gravitatis hypotheses: in quibus pondera non forent massis proportionalia; tumque *centrum massæ*, per quod nempe traducto utcunque plano corpus divideretur in massas æquales, idem non foret cum centro gravitatis. Verum tales hypotheses Geometris considerandas relinquimus;

Phy-

Physicis gravitatem constantem, qualem in machinarum viribus, aliisque experimentis se se manifestat, contemplari satis sit.

II. Præcedens doctrina ad machinarum quarumlibet vires æstimandas maxime valet. In quavis machina binæ utcunque vires inter se ponuntur connexæ, quarum quidem unam appellare solent *potentiam*, alteram vero *resistentiam*. Ubi autem vires quæcumque ad machinam transferuntur, non solum attendi debet ipsa potentia *absoluta*, sine ullo scilicet machinæ adjumento; sed etiam velocitas, qua moveri inciperent vires secundum propriam directionem, si vincerent, vel contra directionem propriam, si vincerentur. Jam vero in casu æquilibrii vires sunt in ratione reciproca distantiarum a centro motus, vel quod idem est, reciproce ut spatia eodem minimo tempore percurrenda, aut etiam ut velocitates *initiales* reciproce. Quare si vires absolute oppositæ multiplicentur per suas a centro motus distantias, vel per spatia iisdem temporibus describenda, erunt producta illa hinc & inde æqualia in casu æquilibrii. Productum ex potentia in distantiam a centro motus vocatur *momentum potentie*; productum vero ex resistentia in suam a centro motus distantiam dicitur *momentum resistentie*. Hic vero recordari oportet sæpius inculcatam virium definitionem; nempe virium nomine nihil aliud intelligimus, nisi motum quemdam dato tempore genitum, ac proinde æquilibrii nomine nihil aliud intelligi volumus, nisi motum æqualem eodem tempore in partes contrarias producendum; unde patet, æquilibrii notionem, & demonstrationem nulli ambigui-

guitati, aut exceptioni obnoxiam esse posse. Eandem vero demonstrationem manere evidens est, si vires quotlibet ad machinam adhibeantur; collectis nempe virium omnium momentis, si summa omnium, quæ machinam in unam partem nituntur convertere, inveniatur æqualis momentorum summæ in partem oppositam, habebitur æquilibrium. Si autem altera summa sit major, hæc vincet, machinamque movebit. Sed hæc omnia simpliciorum machinarum exemplis illustrabimus.

In *statera*, quæ *Romana* dicitur, pondus mobile excurrit per virgam ferream in partes æquales divisam, adscriptis numeris, qui libras, librarumque partes designant. Quo magis pondus removetur a puncto suspensionis, quod *hypomoclium* dicunt, eo majus pondus ex adversa parte in constanti quadam distantia suspensum requiritur ad servandum æquilibrium. In *statera vulgari* æquales sunt a puncto suspensionis distantiae. Evidens autem est, utriusque stateræ ope æstimari posse corporum pondera. In *vecte* generaliter, siue fulcrum immobile, cui vectis innititur, sit inter vim, & resistantiam, quæ dirigantur ad partes oppositas, siue fulcrum jaceat ultra vim, & resistantiam, quæ in eadem directione agant; quo remotior erit vis ab ipso fulcro, eo majus erit ejus momentum, ideoque quo magis removemus manum a fulcro, eo facilius pondus sublevamus. In *cuneis* augetur momentum, si longiores sint, & tenuiores; nimirum si minor sit angulus, qui corpus frangendum, vel dividendum penetret. Nam si minor est angulus, eo majus erit spatium, quo cuneus pro-

promovetur a vi ipsum impellente, & minus erit spatium, quo a se invicem discedunt partes *laterales*, quæ cunei progressum impedire nituntur. Quoniam autem angulus, quem efficiunt binæ lineæ curvæ, ubi se contingunt, est in immensum minor, quam angulus, quem efficit recta cum alia recta, ut constat ex ipsis Geometriæ elementis; idcirco ungues, & rostra incurvata, & multo magis novaculæ utrinque introrsum excavatæ tam facile penetrant. In *Cochlea*, dum manus ingentem peragit gyrum, axis per unicam spiram promovetur. Hinc momentum eo majus, quo spira tenuior, & circulus, quem manus peragit, eo amplior. In machina, quam dicunt *axem in peritrochio*, vectibus oblongis horizontaliter infixis cylindrus convertitur, cui interea dum advolvitur funis ponderi trahendo, vel attollendo adnexus, pondus ipsum promovetur in singulis revolutionibus, quanta est cylindri circumferentia; vis autem vectibus illis applicata movetur per totam circuli circumferentiam, cujus radius est ipsa vectis longitudo. Alteram tandem subjungimus machinam, *trochleas* scilicet, quæ si fixæ fuerint, vim non augent; at si ita fuerint conjunctæ, ut aliæ sint immobiles, mobiles aliæ, jam vis in immensum augeri posset. Dum enim manus removetur a proxima trochlea, tantum ipsa movetur, quantum funis educitur, & tantundem contrahitur summa funium omnium a trochlea ad trochleam aliam tendentium, ideoque singula funium intervalla, quæ tot sunt, quot trochleæ, eo minus contrahuntur, quo major est trochlearum numerus, & eo minus trochleæ

chleæ mobiles ad immotas accedunt, ideoque pondus eo minore spatio promovetur. Præcedentes machinas nulla subjecta figura explicavimus; nemo enim est, qui machinas illas oculis frequenter non usurpaverit, visu autem multo facilius, quam auditu percipiuntur.

Nunc vero breviter explicandum, quid valeant machinæ, seu quanta utilitate adhiberi possint. Demonstratum est, in casu æquilibrii esse $MV = mv$, ubi M , m denotant pondera quælibet, V , v velocitates. Jam vero si spatia dicantur S , s , tempora

$$T, \tau; \text{erit } V = \frac{S}{T}, v = \frac{s}{\tau}, \text{ ideoque}$$

$$\frac{MS}{T} = \frac{ms}{\tau}, \text{ vel } MS = ms; \text{ cum in ma-}$$

chinarum actione tempora sint æqualia. Eo itaque reducitur machinæ cujuslibet actio, ut potentia M , quæ tempore unius horæ E . G . describere potest spatium s , pondus M per spatium S sublevare valeat. His positis, si M exhibeat pondus exiguum, M vero massam valde magnam: evidens est, producto MS repræsentari non posse momentum valde magnum, nisi spatium S eo minus sit respectu s , quo majus est pondus M respectu potentiæ M . Quare si s repræsentet spatium valde magnum, oportet, ut tempus in eadem ratione majus sit; cum necessario determinatum sit spatium dato aliquo tempore unius horæ percurrendum. Hinc ergo colligitur, in machina qualibet etiam perfectissima compendium virium necessario conjunctum esse cum temporis, & spatii

spatii dispendio. Quare minime credendum est imperitis, ut non raro contingit, hominibus, qui ingentia pondera brevissimo tempore ad magnam altitudinem attollere pollicentur.

III. In æstimandis viribus ipsa virium directio considerari omnino debet. Sit (*Fig. 8.*) C in vecte KL centrum motus, sintque A , & B vires duæ, quæ agant secundum directiones KA , & LB . Ex centro motus ducantur CM , CN perpendiculares ad directiones virium in M , & N ; ponatur CM minor, quam CN , & ex centro C intervallo CN describatur circulus NHD rectæ KA occurrens in D . Vis absoluta A repræsentetur per DA ; hæc resolvi debet in vim DG secundum directionem CD , & in vim DF perpendicularem ad CD , completo scilicet parallelogrammo $AFDG$. Jam vis DG agens secundum directionem CD a centro scilicet circuli, vel rotæ DHN versus circumferentiam, nihil valet ad convertendam rotam circa C ; sola vis DF , quam *relativam* appellant, hunc effectum producere potest; ac proinde vis absoluta est ad vim relativam, ut DA ad DF . Præterea vis B tendens ad partem contrariam considerari potest applicata in N , vel L ; vis enim eadem manet, in quocunque directionis suæ puncto constituatur; pondera enim eadem manent in variis a terra distantis, ac proinde & vires, quæ ponderibus æquivalent. Jam si vis B æqualis ponatur vi respectivæ DF , erunt conatus æquales, & oppositi, ac proinde in æquilibrio ob distantias CD , & CN æquales; erit ergo in casu æquilibrii vis relativa per DF ad vim absolutam per DA ,

DA, ut DF ad DA, ut B ad A; atque ob triangula AFD, DMC similia, erit $B : A = DF : DA = CM : CD = CM : CN$. Hanc ergo generalem demonstravimus pro qualibet virium directione æquilibrii legem; nempe vires esse in ratione reciproca perpendicularium, quæ ex centro motus ad respectivas virium directiones ducuntur.

IV. Ad demonstrandam æquilibrii legem virgam inflexibilem, gravitate, & inertia carentem, qualis nulla existit in rerum natura, fingunt Physici. Igitur in æstimandis ponderibus, gravitatis ratio habenda est. Id vero stateræ Romanæ exemplo declarare non abs re erit. In hac machina considerentur brachia duo inæqualia, quorum nota sint pondera; jam brachiorum pondera in suo gravitatis centro respective collecta fingi possunt, ac proinde momentum brachii utriusque erit, ut productum ex pondere in distantiam centri gravitatis a puncto suspensionis respective, eritque momentorum differentia excessus ponderis, qui proinde auferri debet, ut justum pondus habeatur. Quia vero brachia sunt homogenea, centrum gravitatis in brachiorum medio constitutum est; sunt autem tota inter se, ut medietates; quare pondus uniuscujusque brachii ducatur in suam a centro suspensionis distantiam; momentorum differentia erit ipsum pondus subtrahendum. Ex his patet, stateram Romanam ob brachiorum inæqualitatem minus accuratam exhibere ponderis mensuram; fraus autem maxime crescere potest, si brachia non fuerint homogenea. Hinc stateram vulgarem ob brachia æqualia in commercii usu adhibere præstat; si autem statera illa

Jacq. T. IV.

F

fraus.

fraude aliqua peccaverit, facile detegitur dolus, permutatis ponderibus; ex demonstratis enim facile intelligitur, nullum in statera dolum latere, si in utroque casu maneat ponderum æqualitas. At statera Romana ad examen revocari non potest, quod quidem machinæ hujus vitium est maximum.

V. In omnibus machinis aliud est incommodum omnino inevitabile, mutuus nempe partium attritus. Nulla enim machina moveri potest, nisi partes aliæ super alias incendant, atque labantur. Nulla autem est superficies etiam eximie lavigata, quæ plurimis non emineat asperitatibus, &, ut ita dicam, monticulis, quod quidem demonstrant observationes microscopicæ. Illæ vero asperitates sine resistantia, sine difficultate aliqua superari non possunt. Igitur quæ hætenus demonstravimus de machinarum viribus, dicta volumus dumtaxat in hypothese, quod omnia abessent impedimenta: quæ profecto efficiunt, ut ad movendum pondus major potentia requiratur, quam quæ ex præcedenti doctrina definitur. At quo magis impedimenta de medio tolles, eo propius experimenta ad demonstrationes physicas accedent.

Resistentiam ex mutuo partium attritu oriundam variis experimentis æstimare tentarunt diligentissimi Physici, sed irritò, ut nobis videtur, conatu. Alii resistantiam illam ex ipsa superficierum magnitudine computandam esse existimarunt, alii ex corporum pondere, alii tandem ex ipsa velocitate; at mihi facile persuadeo, ex his tribus conditionibus pendere mutuum partium attritum. Et quidem quo major est superficies,

cies, eo plures occurrunt superandæ asperi-
 tates. Præterea quo majus est corporis pon-
 dus, eo altius corporis unius asperitates al-
 terius corporis cavitatibus inferuntur. Tan-
 dem quo major est velocitas, eo plura dato
 aliquo tempore superanda occurrunt impedi-
 menta. At præter conditiones illas maxime
 etiam considerari debet ipsa superficierum
 natura, prominentium scilicet partium aspe-
 ritas, numerus, textura, durities, aliæque
 plurimæ qualitates nullo experimento satis
 accurate definiendæ, atque hinc fit, ut va-
 ria experimenta varias præbeant resistentia-
 rum mensuras. Tandem in æstimanda resi-
 stentia considerari etiam debet vectis longi-
 tudo, quam tamen prætermittere solent ple-
 rique Physici, perperam quidem. Etenim
 mutuus partium attritus corporis mutum de-
 struit, ac retardat, non secus ac faceret po-
 tentia, quæ ad partes, directioni motus con-
 trarias, ageret, ac proinde ad æstimandam
 resistentiam satis non est resistentiæ absolu-
 tæ rationem habere, sed vectis longitudo
 attendi etiam debet. Exemplo sit trochlea
 circa axem mobilis, cujus ope pondera at-
 tolli solent; resistentia ex mutuo partium
 attritu oriunda est mutuus axis trochleæ,
 & cavitatum, quas ingreditur, attritus;
 quare resistentia illa eo breviori vectis bra-
 chio applicatur respectu potentiæ trochleam
 moventis, quo minor est axis diameter re-
 spectu diametri trochleæ; atque hinc fit, ut
 multo minor sit trochleæ circa axem mobi-
 lis resistentia. Inde etiam intelligitur tro-
 chlearum, rotarumque majorum commodi-
 tas, & ex iisdem principiis pendet vulgaris
 usus, quo nempe ad retardandum rapidio-

rem currus descensum sufflaminari solent rotæ. Etenim resistentia ex partium attritu oriunda rotæ circumferentiæ in hoc casu applicatur, secus autem ipsius axis peripheriæ. Ex hæcenus explicatis derivari possunt in datis casibus utilissima sane artificia ad minuendam mutui attritus resistentiam; sed rem fusius persequi non est hujus loci.

VI. Ex centri gravitatis doctrina non solum pendent machinarum vires, sed alia quoque phænomena plurima, quorum pauca proponere satis erit. Si ex centro gravitatis corporis alicujus ducta intelligatur recta ad horizontem perpendicularis, hæc vocatur *linea directionis*. Porro linea illa vel cadit intra basim, vel extra ipsam occurrit: quare cum in ipso gravitatis centro totum corporis pondus locatum fingi possit, patet, in primo casu nullum esse ruinæ periculum, si nempe linea directionis intra basim cadat; sustinetur enim corpus: contra autem linea directionis extra basim excurrente corpus labi, & præceps ruere necessum est, nisi ipsa obstaret partium tenacitas. Mirum ergo non est, quod turres Pisana, & Bononiensis, licet maxime inclinatæ, firmæ tamen, & stabiles consistent. Hinc naturali quadam mechanica corpus retrorsus inflectunt imperiti quoque homines, si per locum declivem descendunt; contra autem si ascendant, corpus antrosum incurvant, ut nempe linea directionis in basin retrahatur. Hinc homines ambulantes singulo passu a dextera ad sinistram, & vice versa corpus convertunt. Hinc homines pingues, & obesi situm rectum affectare solent. Eadem de causa bajuli, qui pondus alte-

alterutra manu gestant, manum alteram in partem oppositam extendunt. Tandem eodem artificio funambuli sese in omnes partes pro necessitate contorquent, & longiori pertica utuntur, quam hinc & inde versant maxima industria, ut linea directionis extra angustissimum funem non excurrat.

VII. Centri gravitatis inveniendi rationem formula algebraica exhibere solent Geometræ; nobis vero, qui rerum facilitati maxime studemus, centrum gravitatis in corpore quocumque mechanice invenire satis erit. Corpus aliquod filo suspendatur, volvetur, converteturque corpus illud, donec filum ad terræ superficiem perpendiculariter dirigatur, centrum gravitatis erit in hac perpendiculari, nempe in linea directionis, quod quidem evidens est ex gravitatis directione & ex ipsa centri gravitatis natura. Jam attramento, vel colore aliquo facile conspicuo in ipsa corpori superficie notetur linea, quam perpendiculi filum fecerit: rursus ex alio puncto suspendatur corpus, invertaturque corporis situs, & pari modo linea perpendiculi signetur, communi duarum linearum intersectioni imminet centrum gravitatis; & re ipsa si corpus ex hoc puncto suspendatur, immotum manebit. Res eadem facilius præstari potest adhibita tabula horizontali probe lævigata; promoveatur nempe corpus, quantum fieri potest versus marginem tabulæ, ita ut tamen non cadat; notetur in ipsa corporis superficie linea, quæ est communis intersectio superficiæ, & tabulæ: deinde iterum invertatur corporis situs, promoveaturque,

ut ante: habebuntur communes intersectiones duæ, nempe secundum longitudinem, & latitudinem, quarum communi intersectioni intra ipsum corpus subjacebit centrum gravitatis. Cæterum evidens est, in corporibus homogeneis, quæ in partes æquales, & similes dividi possunt, centrum gravitatis idem esse cum puncto corporis medio, quod *centrum figura*, vel *magnitudinis* solet appellari.

Dato gravitatis centro in quolibet corporum numero, commune gravitatis centrum omnium ex antea demonstratis facile invenitur. Si bina fuerint corpora quæcumque, centrum commune gravitatis erit in recta jungente utrumque gravitatis centrum; in medio si fuerint æqualia; si vero inæqualia, ita propius erit centrum commune gravitatis massæ majoris centro, ut distantia sint ipsis massis reciproce proportionales, ex demonstratis. Si corpora sint tria, conjuncto gravitatis centro communi binorum corporum cum centro tertii, divisaque recta jungente in ratione reciproca massæ minoris ad summam massarum; punctum hoc modo inventum erit centrum commune quæsitum. Eadem ratione progredi licet ad massas quascumque. Hæc autem omnia facile deducuntur ex demonstrato æquilibrii principio, si nempe consideretur corporis pondus tanquam coactum in centro gravitatis, atque eadem ratione evidens est, centrum gravitatis esse unicum. Fingamus enim, aliud esse punctum. Jam quia totum corporis pondus in centro gravitatis adunatum fingi potest; corpus suspensum extra gravitatis centrum quantum fieri potest, descen-

descendere debet; nec potest quiescere, donec ad punctum infimum pervenerit. At proprietatem illam punctis duobus convenire repugnat. Itaque si corpora quotlibet inter se quomodocumque connexa e centro gravitatis communi suspendantur, totum corporum systema in æquilibrio manere necessum est. Hæc pauca dicta sint de centro gravitatis, non quidem pro rei dignitate, sed quantum postulare videtur harumce institutionum ratio.

A P P E N D I X

De quibusdam Capitis præcedentis utilitatibus.

I. **Q**UOD gravitatis doctrinam spectat, illius utilitas manifesta fiet, ex dicendis deinde, ubi scilicet motus ex gravitate oriundos explicabimus. Interim vero observare satis sit, ex variis Philosophorum hypothesebus de causa gravitatis, & ex ipsius rei difficultate omnino evinci, in Physica sua esse, & quidem abditissima arcana, quæ nulla humani ingenii vis referare potest. Si autem in rebus limitatis a Deo creatis insuperabiles persæpe occurrant difficultates, quod quidem a nemine suæ tenuitatis, & ignorantie conscio negari potest, qua fronte creatorem infinitum, & sanctissima religionis mysteria curiosius scrutari, atque penetrare tentant superba impiissimorum hominum ingenia, qui id omne respuunt, & velut a ratione alienum fastidiosè traducunt, quod suo imbecilli quidem ingenio non possunt

comprehendere ? Itaque apud religiosos , probosque Philosophos ea semper obtinere debet præstantissima , & unica philosophandi ratio , quæ fundatur in experimentis , & observationibus ; hæc vero si ad physicam , mechanicamque causam non semper nos deducat , ad causam infinitam , Deum conditorem , & Dominum nos certissime perducit. Hic est fructus Philosophiæ uberrimus , naturæ majestatem propius intueri , naturæ authorem impensius colere , & venerari , illique soli servire. His autem pietatis , & religionis ergo præmissis , jam inter innumeras capitis præcedentis utilitates paucas seligamus .

Ad explicandos animalium motus maxime valet præcedentis capitis doctrina , quam quidem utilitatem satis demonstravit *Joannes Alfonsus Borellus* in eximio opere , cui titulus est : *De motibus animalium* . Paucis exemplis rem declarare satis erit . Fingatur brachium horizontaliter extensum , extremisque digitis alligatum intelligatur pondus viginti octo librarum , quod quidem onus ab homine satis robusto in hoc situ sustineri posse experientia compertum est . Tale pondus sustinetur vi musculi , cujus extremitas superior annexa est capiti rotundo ossis humeri , altera autem extremitas capiti rotundo ossis cubiti alligatur . Jam cubitus cum manu extensa circa centrum articulationis in osse cubiti revolvi potest ; notum præterea est ex diligentiori Anatome , distantiam musculi a centro articulationis esse ad ponderis ab eodem centro distantiam , ut 1 ad 20 . Quare ut habeatur momentum musculi , multiplicari debet pondus absolutum , nempe

28 librarum per 20, distantiam scilicet a centro motus, efficiturque productum 560 librarum; tanta nempe est vis musculi, ut libris 560 æquivaleat, ob superandam vectis longitudinem; id vero ex demonstratis facile intelligitur. Simili ratione ad calculum revocari possunt in alio quolibet casu musculorum vires, dummodo per Anatomen data sit distantia a centro motus, & per experientiam superata resistantia innotescat. Porro hic obiter observanda est admirabilis plane musculorum dispositio; musculi scilicet ossibus alligantur in minori a centro motus distantia; ita ut potentiam musculi multo majorem esse oporteat. Quamvis autem animalibus orta inde videri possit aliqua virium jactura, in hac tamen structura omnipotentem Creatoris manum plane mirari debemus. Si enim potentia longius distaret a centro motus, jam ob majorem articulationis distantiam non solum deformis, atque molesta foret musculorum, animaliumque figura; sed etiam ad motum minus idonea, suaque mole, ac crassitie animalia laborarent.

II. Ad firmitatem ædificiorum æstimandam eadem principia transferri possunt. Fingantur trabes duæ similes cylindricæ, vel prismaticæ ABDE, FGHK (*Fig. 9.*) muro immobili IL infixæ, divisæ intelligantur AB, FG æqualiter in C, M. Jam illarum pondera fingi poterunt collecta in punctis C, M centro gravitatis directe oppositis. Facilitatis ergo ponatur $AB = 2FG$, erit pondus trabis ABDE octuplo majus pondere trabis FGHK; sunt enim trabes illæ utpote similes in ratione triplicata laterum homologorum ex elementis Geometriæ. Quare cum

F 5

pon-

pondus trabis ABDE locatum fingatur in C; sitque AC duplo major distant FM; erit momentum totum ad rumpendam trabem in puncto A decies sexies majus momento trabis alterius. Jam conferantur vires, quæ trabes illas integras, muroque infixas servare conantur. Sit ARE trabis majoris sectio, & FSK minoris. Dividantur AE, & FK, æqualiter in P, & Q; erit in qualibet sectione fibrarum *longitudinalium* numerus, ut sunt sectiones ipsæ, ac proinde ut quadratum rectæ AE ad quadratum rectæ FK (ex elementis Geometriæ), nempe ut 4, ad 1; ideoque etiam cohæsiō, quæ est, ut fibrarum numerus, erit in eadem ratione; sed cohæsiō illa considerari potest, ut vis resistens, cujus proinde resistentiæ ut habeatur momentum, hæc collecta poni debet in certo gravitatis P, & Q; ideoque cum sit $AP = 2FQ$, erit in prima trabe momentum resistentiæ octuplo majus. At momentum vis, quæ trabem majorem in puncto A rumpere, & a muro avellere conatur, est decies sexies majus: unde evidens est, vires, quæ ad trabes rumpendas tendunt, crescere in ratione quadruplicata longitudinum; vires autem oppositas, adhæsiōis nempe, crescere tantum in ratione triplicata. Hinc trabes majores, servata licet partium proportione, rumpuntur facilius; imo tanta esse posset illarum longitudo, ut proprio pondere fractæ necessario ruerent. Merito igitur concludit Galilæus, ædificium aliquod firmum stare posse, quod procul dubio rueret in formam justo ampliorē redactum, manente licet partium proportione; quod quidem in arte architectonica utilitate non vacat.

Ex

Ex eodem principio infert celeberrimus Author, suos esse in operibus naturæ, & artis limites, quos ultra consistere eadem opera minime valerent. Ita si arbores nimio donarentur volumine, gravitate sua oppressi rami facile rumperentur. Simili ratione crassiora animalia vim non habent, quæ illorum magnitudini respondeat; atque hinc si aliqua forent terrestria animalia multo majora iis, quæ novimus, vix organicos motus exequi possent, suæque mole fatiscerent, perpetuisque obnoxia essent periculis. Ex hac doctrina concludere audent intemperatiores quidam critici, nullos unquam extitisse homines, qui justam, vulgaremque hominum magnitudinem multum excederent. Nec Scriptores illos hac in re valde moratur S. Scripturæ auctoritas; ajunt enim nominibus Hebræis *Nephilim*, & *Gibborim*, quæ in primigenio textu leguntur, & in *vulgata* nostra gigantum nomine redduntur, significari etiam posse scelestos homines, suisque flagitiis non minus quam staturæ magnitudine famosos. Quod autem refertur Deuter. 3. de lecto Og, *qui novem cubitos habebat longitudinis, & quatuor latitudinis*, de sola lecti manitudine iidem auctores intelligunt, eamque ferunt apud orientales populos consuetudinem, ut amplissimos lectos ad pompam ornarent, & in tali ornamento fastum collocarent. Verum quidquid sit de hebraicorum nominum ambiguitate, eam omnino dirimit *vulgatæ* versionis, & 70. Interpretum auctoritas, nullumque dubitandi locum relinquit gigantis Goliath altitudo, quæ lib. 1. Reg. describitur: *Sex cubitorum, & palmi*. Itaque ex dictis hoc unum colligere licet, præter con-

suetas naturæ leges conformatos fuisse enormes gigantes, & singulari virium proportionē donatos, quod quidem exemplo suo confirmant aliqui inusitatæ staturæ homines, qui his nostris temporibus per urbes vagantur, suæque magnitudinis beneficio victum quærant. Tales autem homines, si cum antiquis gigantibus conferantur, velut nani, & pumiliones haberi debent, sua tamen magnitudine quasi opprimi, & laborare observantur. Necessaria ergo fuit antiquis gigantibus insolita, & præter naturæ humanæ ordinem virium proportio; præsertim si verum sit, quod de gigantibus illis legitur, aliquos scilicet longe ultra vulgarem hominum ætatem, & per multa sæcula vixisse. Idem dicendum de gigantibus, quos etiamnum hodie magno numero extare narrant viatores nonnulli, quibus tamen facilius, & nisi dicto fides constiterit, credendum non est.

Fornicum stabilitas ex centri gravitatis doctrina omnino pendet. Rem leviter attingam. Intelligatur fornicis arcus ex diversis constans lapidum segmentis, cuneorum instar dispositis & ad arcus centrum tendentibus. Lapis arcus superior, qui fornicis *conclusiva*, seu *clavis* appellari solet, perpendicularis est ad horizontem, atque hinc & inde contiguus lapidibus sustinetur. Ductæ concipiantur verticales per singula gravitatis centra in singulis lapidum segmentis. Jam lapis superior lapidibus contiguus veluti planis inclinatis incumbit, ac proinde tota vi gravitatis non tendit ad descensum, sed aliqua tantum gravitatis parte, quæ eo major est, quo minus inclinata sunt contigua lapidum plana. Quare si planorum inclinatio fingatur infinite par-

va,

va, hoc est, si lapidum segmenta forent ad horizontem perpendicularia non secus ac fornicis clavis; jam clavis tota vi gravitatis ad descensum tenderet, & re ipsa descenderet, nisi arenato, & calce retineretur; atque hinc minus tuti sunt, & facile ruinosi fornices plani; sed accuratos fornices consideremus. Clavis intra contiguos lapides constricta per lineam verticalem ad descensum tendit; hunc vero conatum exercere non potest, nisi hinc & inde premat contigua lapidum segmenta, eaque conetur repellere. Hæc autem clavis actio in lapidem contiguum exhibetur per rectam ex centro gravitatis clavis perpendiculariter ductam ad lapidis contigui superficiem. Patet autem ex virium compositione, & resolutione, hanc lineam esse diagonalem parallelogrammi, cujus latera duo sunt vis perpendicularis, qua clavis tendit ad descensum, & vis horizontalis, qua clavis tendit ad removendum lapidem contiguum. Secundum illud lapidis segmentum vi clavis per diagonalem prædictam impulsus, urgetur quoque vi gravitatis ad horizontem perpendiculari, atque hinc resultat vis alia composita, qua urgetur lapis alius contiguus, atque ita deinceps ad ultimum usque lapidem fornicis fulcro insistentem. Jam vero ea esse debet singularum fornicis partium structura, atque sectio; ut lapides singuli a fornicis clavi ad fulcrum vim compositam exercent, ad horizontem per gradus minus ac minus inclinatam, atque ita vis tota in ipsum fulcrum. fere perpendiculariter dirigatur. Superest jam, ut vim horizontalem, ipsiusque fulcri resistantiam consideremus. Totum dimidii fornicis pondus collectum fingatur in centro gra-

gravitatis, ex quo ad superiorem lapidis ultimi superficiem ducta intelligatur perpendicularis, secundum hanc directionem dumtaxat dimidius fornix in ultimum fornicis segmentum agere potest. Hæc autem vis ad fulcrum debet referri, & in duas vires dividi, verticalem unam, horizontalem alteram. Vis ad fulcrum perpendicularis fulcrum ipsum magis premit, atque confirmat; vis autem horizontalis ad fulcrum evertendum tendit. At fulcrum totam gravitatem huic conatui opponit; hæc autem gravitas agit per lineam verticalem e centro gravitatis ductam ad basim ipsius fulcri. Itaque in æstimandis fornicum viribus duæ considerandæ sunt actiones contrariæ, prima horizontalis, qua fornix ad fulcrum subvertendum tendit; perpendicularis altera, nempe fulcri resistentia. Tandem duæ illæ actiones ad centrum motus in ipsa basi referendæ sunt; atque eo majus est virium illarum momentum, quo major est a centro motus distantia; tota ergo huc reducitur fornicis stabilitas, ut nempe dimidii fornicis actio horizontalis fulcri resistentia major non sit. Hæc sunt utilissimæ doctrinæ elementa, quæ ad calculum facile revocabunt Geometræ, nobis autem satis sit rem generatim indicasse.

III. Ad principia in præcedenti capite explicata pertinet horologiorum rotis instructorum motus, sed utilitas melius intelligitur deinceps, demonstrata scilicet pendulorum doctrina, unicum aliud utilitatis exemplum afferemus. Nemo non vidit in *portatilibus* horologiis *machinulam conicam*, quam catenula amplectitur. Hujus figuræ ratio ut intelligatur, observandum est desinente horologio

gii motu , catenulam cylindrico horologii
 tympano totam circumplicari ; si autem ho-
 rologio motus restituatur , catenula e tympa-
 no ad conicam machinulam transire debet .
 Id vero fieri non potest , nisi tympanum con-
 vertatur , totque revolutiones perficiat , quot
 gyris catenula ipsa tympano convolvitur .
 Præterea talis est in tympano partium stru-
 ctura , ut eo per vices revoluta , magis ac
 magis tendatur lamella elastica in tympano
 conclusa . His præmissis evidens est , mayo-
 rem tunc haberi lamellæ elasticæ tensionem ,
 ac proinde & maiorem vim , dum catenula
 tota conicæ machinulæ circumponitur ; hæc
 autem tensio per gradus decrescit , dum
 machinula revolvitur , ac tandem vis fit o-
 mnium minima , dum gyros fere omnes ca-
 tenula absolvit , & puncto ultimo proxima
 est . Itaque patet , ex illa vis motricis inæ-
 qualitate futurum esse , ut perpetuæ varia-
 tioni obnoxius sit rotarum motus , nisi figu-
 ra conica paratum fuisset huic incommodo
 remedium . Igitur ad corrigendam motus
 inæqualitatem efficiendum erat , ut maiore
 existente vi motrice minor foret distantia a
 centro motus , ideoque & minor machinulæ
 diameter , & contra ; oportet nempe , ut in
 machinulæ puncto quolibet productum ex vi
 tensionis in distantiam a centro motus sit
 constans semper , & æquale ; hoc enim arti-
 ficio fit , ut vis motrix eadem perpetuo ma-
 neat , atque uniformiter fere moveantur ro-
 tæ , non secus ac facerent appenso aliquo con-
 stanti pondere . Cum ergo demonstrata prin-
 cipia accurratam nobis suppeditent temporis
 mensuram , hanc quoque utilitatem inter in-
 numeras alias commendare volumus . Pro-
 ble-

blema est apud Geometras notissimum : invenire curvam , cujus revolutione genitum solidum quæsitam præberet in horologiis motus æquabilitatem , ex qua proinde curva formari deberet prædicta machinula . Verum res est sublimioris indaginis , atque motus uniformitatem , convenientemque figuram repetitis experimentis accuratissime inveniunt peritiores horologiorum artifices ; talis figuræ rationem exposuisse satis sit .

S E C T I O S E C U N D A .

De reliquis universalibus corporum proprietatibus ex virium notione derivandis .

C A P U T I .

De motu in genere , variisque illius speciebus .

EX ipsa virium notione derivari mobilitatem & quiescibilitatem , evidens est ; motus enim est virium effectus , & seclusa vi qualibet impressa , corpus semel quiescens perpetuo quiesceret . Amplissimum quidem patet hujus capitis argumentum ; sed præcipuas dumtaxat motuum species expendemus . Et 1. quidem de motu generatim paucis præmissis , ad motum rectilineum , & deinde ad curvilineum progrediemur ; illas autem dumtaxat motuum leges explicabimus , quæ in rerum natura maxime obtinent , prætermis-
sis variis motuum variabilium pro arbitrio confictis hypothesebus . Tandem corporis solitarii motu considerato , diversos corporum motus inter se comparabimus , & conflictuum regulas demonstrabimus .

A R-

ARTICULUS I.

De motu generatim considerato.

I. **M**Otum jam antea definivimus *continuum loci mutationem*; unde intelligitur, quietem esse *perseverantiam* in eodem loco. Quare cum *mobile* non consideremus, nisi quatenus locum mutat, & a magnitudine, aliisque affectionibus quibuscumque abstrahamus, mobile instar puncti consideratur, quandiu solius mutationis loci ratio habetur, atque ideo durante motu lineam describere ponitur; continuo enim motu puncti linea describi concipitur. Locus, a quo mobile recedit vel recedere conatur, dici solet in scholis *terminus a quo*; locus vero, ad quem mobile accedere conatur, *terminus ad quem* appellatur. Locus duplex distinguitur, *absolutus*, & *relativus*. Locus absolutus dicitur pars spatii immobilis, & immensi, quam res occupat. Locus autem relativus est spatii alicujus dati pars illa, quæ tanquam immota spectatur, & in qua res locatur. Hinc patet, fieri posse, ut mutetur locus absolutus, non mutato loco relativo, & viceversa; nam si nauta in navi, quæ plenis velis fertur, dormiat, locum suum absolutum mutat cum navi ipsa, servat vero eundem locum relativum respectu partium navis; at si nauta pari velocitate, quâ fertur navis ipsa, progrediretur contra navis directionem, mutaret locum relativum, manens in eodem loco absoluto. Itaque pro varia loci mutatione, motus vel est absolutus, si mutetur locus absolutus; vel relativus, si mutetur locus relativus. Idem dicendum est de

de quiete, quæ est perseverantia in loco vel absoluto, vel relativo. Fieri igitur potest, ut ea, quæ absolute quiescunt, nobis videantur moveri, dum nempe locum suum mutant relative ad alia objecta, quæ tanquam immota consideramus, vel quorum motum non percipimus. Nam cum omne corpus nobis conspicuum suam imaginem ope radiorum ab eodem objecto prodeuntium in oculi fundo, seu in retina depingat, ea objecta moveri videntur, quorum imagines in retina moventur, seu diversas retinæ partes continuo, ac successive occupant, dum quis oculum suum velut immotum fingit. Contra autem velut quiescentia cernimus objecta illa, quorum imagines eandem semper occupant retinæ partem; cum scilicet imaginum motus in fundo oculi non sentitur: atque hinc est, quod homines in navi sedentes ipsum navis motum non percipiant; omnes quippe navis partes inter se relative quiescentes eandem quoad oculum positionem, & distantiam servant, imaginesque suas in iisdem retinæ partibus delineant; at cum oculos ad litora convertit spectator, necesse est, ut objecta in litore posita situm suum respectu oculi continuo mutant, ac proinde imagines suas in aliis, aliisque retinæ partibus successive pingant; qua ratione fit, ut litora, urbesque moveri videantur.

II. Omissis quæstionibus plurimis, & omnino superfluis de natura motus, considerare satis erit motum velut certissimum, atque indubitatum naturæ effectum, a nemine, nisi sceptico, negandum. Et quidem experientia quotidiana constat, plura corpora inter se relative moveri cum infinita prope-

pe-

pemodum varietate; sed corpus unum non potest moveri relative ad alterum, nisi alterutrum saltem moveatur absolute. Etenim si corpora duo absolute quiescunt, positionem suam inter se non mutant, ac proinde si unum spectetur ut immotum, alterum etiam immotum apparebit, nullaque erit locorum mutatio relativa; ergo ex motu relativo evidenter demonstratur motus absolutus. Serio refelli non merentur ineptissimæ veterum scepticorum argutiæ, quibus impossibilitatem motus adstruere stultissime laborabant. Tales cavillationes risu excipi debent, quemadmodum ab Herophilo Medico factum fuisse, narrat Sextus Empiricus. Hoc argumentum proposuerat Diodorus Chironus Sophista: Si corpus moveretur, vel moveretur in loco, in quo est, vel in loco, in quo non est; atqui nec moveri potest in loco in quo est; ut enim moveatur, debet mutare locum: nec moveri potest in loco, in quo non est; siquidem nec agere, nec pati potest, ubi non est: ergo corpus nullo modo moveri potest. Hoc sophisma lepide solvisse fertur Herophilus. Cum enim a Diodoro, ut luxatum ipsius humerum institueret, vocatus esset, subridens dixit, eum forte alio morbo laborare, humerum e suo loco excidere non potuisse, cum nequeat moveri; etenim, inquit Herophilus, si motus esset, vel motus est in loco, in quo erat, vel in quo non erat; sed neutrum fieri potest; ergo humerus luxatus non est. Sophista, cui non placebat argumentum, rogavit Medicum, ut dictorum oblivisceretur, & remedium malo adhiberet. Cæterum statim patet sophisma; nec enim corpus movetur
 in

in loco, in quo est, nec in loco, in quo non est, sed movetur e loco in locum, seu dum continuo mutat locum, & de loco, in quo est, transfertur in locum, in quo non erat. Nihilo solidius est vulgatissimum Zenonis argumentum. Sophisma est hujusmodi; ponatur Achillem cursu velocissimum a Testudine animali tardissimo distare intervallo passuum mille, atque eum centies velocius testudine moveri. Dum Achilles unum percurrit milliare, Testudo milliariis partem unam centesimam conficiet, ideoque Achilles Testudinem nondum est affecutus. Rursum dum Achilles partem illam milliariis centesimam percurrit, Testudo interim per milliariis partem decemillesimam reptabit, ideoque nec adhuc Testudinem erit affecutus Achilles. Eodem modo dum Achilles partem illam milliariis decemillesimam decurrit, Testudo per milliariis partem millionesimam promovebitur, ideoque nec Testudinem potest attingere; atque sic progredi licebit in infinitum, nec Achilles unquam poterit Testudinem captare.

En celebre Zenonis Sophisma, quod *Achillem* ob vim ipsius, quam existimabat insuperabilem, appellitabat. Hanc cavillationem scriptis tractatibus integris solverunt aliqui, deambulando autem solvebat Diogenes. Sophismatis fallaciam statim demonstrant Arithmetici; hoc enim in Arithmetica demonstratum est, summam seriei cujusvis quantitatum in quavis proportionem geometrica in infinitum decrecentium æqualem esse quantitati finitæ; sed milliariis

$$\text{pars } \frac{1}{100}, \frac{1}{10000}, \frac{1}{1000000}, \frac{1}{100000000}, \dots$$

& sic in infinitum, est series quantitatum
 in progressionē geometrica decrescentium;
 ideoque illius summa cum sit æqualis quan-
 titati finitæ, a mobili tempore finito per-
 curri potest. Ponamus, Achillem spatio u-
 nius horæ milliare peragrasse; ergo & par-
 tem milliaris centesimam in parte horæ cen-
 tesima conficiet, & partem milliaris decem
 millesimam in horæ parte decemmillesima
 percurreret, & ita in infinitum. Si hujus se-
 riei in infinitum continuatæ summa infinito
 temporis spatio responderet; jam Achilles
 Testudinem nunquam assequeretur tempore
 finito. Verum, ut dictum est, horæ pars

$\frac{1}{100} + \frac{1}{10000} + \frac{1}{1000000} \&c.$ quantitati
 finitæ æqualis est, uni scilicet parti nonage-
 simæ nonæ unius horæ, ut facile demon-
 stratur in Arithmetica. Igitur Achilles Te-
 studinem assequetur post elapsam horam u-
 nam, & partem horæ nonagesimam nonam.
 Itaque evanescit argumentum, cujus vim
 insuperabilem toties jactaverunt illius patro-
 ni; & quidem absurde omnino, sibi que pa-
 rum consentientes; cum Testudinem, & A-
 chillem, etsi nunquam se invicem attinge-
 rent, magis tamen, ac magis ad se mutuo
 accedere, ac proinde & moveri concedant,
 Hæc de motu generatim dicta sint, quibus
 adjungenda essent alia nonnulla; sed hæc ex
 primo Physices articulo repetenda, ubi ea
 tractari doctrinæ necessitas postulabat.

A R-

ARTICULUS II.

De rectilineo corporum descensu.

I. **M**Otum *variabilem* jam in primo Physices capite definivimus; is nempe est, cujus velocitas continuo crescit, aut decrescit. Dicitur autem *uniformiter acceleratus*, si temporibus æqualibus æqualia accedant velocitatis incrementa; contra *uniformiter retardatus* appellatur, si velocitas temporibus æqualibus ad quietem usque æqualiter decrescat. Uniformiter acceleratum esse motum vi gravitatis constantis productum, ex ipsa definitione facile colligitur. Et quidem 1. descensum perpendicularem consideremus. Ponatur tempus, quo grave aliquod descendit, divisum esse in particulas æquales, & valde exiguas, primaque temporis particula agat gravitas, & corpus perpendicularly impellat. Si jam post primum illud tempus omnis gravitatis actio cessare fingatur, nihilominus, per vim inertiae, acquisitam velocitatem corpus perpetuo servaret. At cum gravitas indefinenter agat, etiam in secunda temporis particula corpus alium gravitatis impulsu priori æqualem accipiet, ac proinde velocitas elapso secundo tempore dupla erit. Simili ratiocinatione patet, velocitatem esse triplo majorem, elapso tertio tempore; & ita deinceps. Ergo velocitas crescit, ut tempus, seu æqualibus temporibus æqualia accedunt velocitatis incrementa, ac proinde motus est uniformiter acceleratus 2. Si corpus descendat per planum inclinatum, res eadem facile demonstratur. Etenim corpus C. (*Fig.*
10.)

10.) incumbat plano inclinato F. Ex centro C ducta intelligatur CG ad basim horizontalem DB perpendicularis, quæ exhibeat gravitatem totam absolutam corporis C, & dividatur in vires duas, quarum una CF sit plano inclinato perpendicularis, altera vero eidem plano parallela. Vis, quæ est, ut CF, nihil confert ad descensum corporis per planum inclinatam, sed tota impenditur in premendo plano; superest ergo dumtaxat vis FG; sed ob triangula rectangula DAB, CFG similia erit $FG : CG = AB : AD$. Hæc autem ratio eadem manet in quocumque loco plani inclinati positum sit corpus, ac proinde & eadem est ratio gravitatis absolutæ CG ad gravitatem relativam FG; igitur gravitas relativa constans est, ideoque eadem est demonstratio, quæ pro gravitate absoluta; quare motus est uniformiter acceleratus. Contraria ratione intelligitur, motum corporum in eadem recta sursum tendentium esse uniformiter retardatum; cum scilicet vis gravitatis contra motus impressi directionem perpetuo, & uniformiter agens æqualibus temporibus æqualiter motum minuat, usquedum velocitas omnis sursum extincta sit.

II. Recta AB (Fig. 11.) exhibeat tempus, quo corpus aliquod per datum quodlibet spatium descendit. Divisum intelligatur tempus in particulas innumeras, *ei*, *im*, &c. Jam velocitas temporis particula infinite parvæ *ei* erit uniformis, hæc autem repræsentetur per *ef*; recta *ik* exhibebit velocitatem particula temporis infinite parvæ *im*, & ita deinceps; sed ex demonstratis in primo articulo, spatium motu uniformi percursum est,

est, ut rectangulum sub tempore, & celeritate; quare erit spatium percursum tempore $e i$ velocitate $e f$, ut rectangulum if ; eodem modo spatium percursum tempore im , & celeritate ik erit ut rectangulum mk ; & sic de cæteris. Quare erit spatium his omnibus temporibus percursum, ut omnia hæc rectangula. Cum autem temporis particulæ sint infinite parvæ, rectangulum if non differt a trapezio $eifk$, ac proinde rectangulorum omnium summa æqualis est triangulo ABC . Jam vero ob motum uniformiter acceleratum tempora Ao , AB , sunt ut velocitates or , BC , ac proinde similia sunt triangula Aor , ABC ; ideoque sunt ut quadrata laterum Ao , AB , vel or , BC , hoc est, ut quadrata velocitatum, aut temporum; ac proinde etiam, quod idem est, velocitates, aut tempora sunt in ratione subduplicata spatiorum. Ex hac uniformis accelerationis lege statim evidens est, spatium dimidio tempore AB percursum velocitate CB tempore AB acquisita æquale esse spatio tempore AB descripto motu uniformiter accelerato. Etenim spatium velocitate uniformi BC tempore AB percursum repræsentatur per rectangulum $ABCD$ duplum trianguli ABC : ac proinde dimidium spatium, quod est, ut triangulum ABC , velocitate uniformi BC dimidio tempore percurritur.

III. Si corpus aliquod vi gravitatis constantis tempore quolibet dato datum spatium percurrat, tempore duplo describet spatium quadruplum, tempore triplo spatium noncuplum &c. Nempe si tempora fuerint in proportionem arithmetica 1. 2. 3. 4. &c. spa-

spatia percurſa ſe habent in proportione 1.
 4. 9. 16. &c. hoc eſt ſi corpus minuto uno
 ſecundo deſcribat pedes 15, duobus ſecundis
 percurreret pedes 15 \times 4 tribus ſecundis
 15 \times 9, & ita deinceps. Igitur ſpatia ſin-
 gulis temporibus ſeorſim deſcripta ſunt, ut
 numeri impares, 1, 3, 5, 7 &c. ut patet.
 Si enim ex ſpatio 4 duobus primis tempo-
 ribus percurſo auferatur 1, ſpatium ſcilicet
 primo tempore deſcriptum, remanet 3 ſpa-
 tium deſcriptum ſecundo tempore, & ita
 dicendum de aliis quibuſlibet temporibus.
 Cæterum patet, hæc omnia convenire etiam
 corporibus, quæ per plana inclinata deſcen-
 dunt. Demonſtravimus enim, hunc eſſe pla-
 ni inclinati effectum, ut corporis gravitatem
 abſolutam minuat, manente tamen conſtan-
 te gravitatis parte reliqua.

Hinc merito inter machinas recenſe-
 tur planum inclinatam; cum enim *ma-*
china appelletur, quidquid ad motum fa-
 ciliorem confert, evidens eſt, machinis
 annumerandum eſſe planum inclinatam,
 cum aliquam gravitatis abſolutæ partem
 ſublevet, eam tantum ſuperandam relin-
 quens gravitatis partem, quæ plano incli-
 nato parallela eſt.

IV. Conſtantem eſſe gravitatem terre-
 ſtrem, jam antea oſtendimus; itaque quid-
 quid demonſtratum eſt hætenus, ad gravium
 deſcenſum traſferri debet; ac proinde dato
 quolibet tempore inveniri poteſt ſpatium vi
 gravitatis cadendo deſcriptum, & viceverſa
 dato ſpatio definitur tempus. Sit altitudo
 quælibet data, vel ſpatium cadendo percur-
 ſum a , tempus t , ſpatium data aliqua tem-
 poris parte 1 deſcriptum dicatur s ; erit 1:

Jacq. T. IV.

G

$s =$

$s = t^2 : a$, ideoque $s = \frac{a}{t^2}$, & $t^2 = \frac{a}{s}$;

quare $t = \sqrt{\frac{a}{s}}$ E. G. Si corpus pedes 60 percurrat tempore minutorum duorum secundorum, spatium quatuor minutis secundis percurrendum erit $16.60 : 4 = 4.60 = 240$. Viceversa si tempore secundorum quatuor corpus percurrat 240 pedes; tempus, quo percurritur spatium pedum 135, erit $\sqrt{135.16 : 240} = \sqrt{135 : 15} = \sqrt{9} = 3$. At observandum est, demonstratam accelerationis legem valere dumtaxat in vacuo, sublata aeris resistantia, seclusisque aliis quibuslibet impedimentis: Attamen si experimenta fiant in globis, qui pondus satis magnum sub exiguo volumine continent, demonstratam accelerationis legem satis accurate servat globorum illorum descensus; hac lege descendunt globi plumbei in angustum volumen redacti; at si iidem globi in sphaeram cavam magnæ diametri extenderentur, jam turbaretur maxime lex illa; imo eo tenuitatis reduci posset globus, ut aeri mollioris plumæ instar innataret. At de aeris, fluidorumque resistantia sermo erit deinceps. Neque etiam hic consideramus gravitatem in magnis a terra distantis; hanc enim in ratione distantiarum duplicata decrescere jam demonstravimus. Verum cum in distantis a terra mille, & mille ducentum exapedarum gravitatem constantem demonstrent experimenta, talem gravitatis legem nunc explicasse satis sit. Hæc autem gravitatis doctrina debetur *Galilæo*, qui motus uniformiter accelerati leges primus omnium invenit, atque demonstravit.

V. Ex demonstratis facile comparantur inter

ter se corporum descensus per diversa plana
 inclinata. 1. Si ex puncto B ad planum in-
 clinatum AD demittatur perpendicularis BK
 (Fig. 10.) iisdem temporibus percurrunt spa-
 tia AC, AK. Etenim gravitas absoluta CG
 est ad gravitatem relativam FG, ut longi-
 tudo plani inclinati AD ad illius altitudi-
 nem AB; ac proinde cum vires illæ sint
 constantes, erunt inter se, ut velocitates da-
 to tempore genitæ ex sæpius demonstratis.
 Iam ob angulum rectum in B erit $AK : AB = AB : AD$; quare AK erit ad AB,
 ut velocitas per planum AK ad velocitatem
 per planum AB eodem tempore genitam.
 Igitur spatia AK, AB eodem tempore per-
 curruntur. Inde autem statim patet, æqua-
 lia esse in circulo descensuum tempora per
 chordam quamlibet, & per diametrum verti-
 calem; ac proinde æqualia descensuum tempo-
 ra per chordas singulas. Et quidem cum an-
 gulus K sit rectus, per puncta tria A, K, B
 describi poterit circulus, cuius diameter erit
 AB, chordæ autem erunt AK, BK; ac
 proinde diameter verticalis, & chorda AK,
 vel BK eodem tempore describentur. Hæc
 autem ratiocinatio valet in circumferentiæ
 puncto quolibet, cum angulus semidiametro
 insiliens sit semper rectus. Quare chordæ sin-
 gulæ eodem tempore percurruntur 2.
 Tempus, quo corpus C descendit ex A in
 D, est ad tempus, quo cadit ex altitudine
 perpendiculari, ut AD ad AB. Nam ob
 motum uniformiter acceleratum AD est ad
 AK, ut quadratum temporis per AD ad
 quadratum temporis per AK, vel AB.
 Sed (ex elementis Geometriæ) AD est ad
 AB, ut AB ad AK, & $AD^2 : AB^2 =$

G. 2
AD:

AD : AK . Igitur quadratum temporis per AD est ad quadratum temporis per AK , ut AD^2 ad AK^2 . Ergo tempus descensus per AD est ad tempus descensus per AK hoc est per AB , ut AD ad AB 3. Tempora descensionum per plana quotlibet inclinata ejusdem altitudinis sunt inter se , ut planorum longitudines . Nam tempus per AD est ad tempus per AB , ut AD ad AB ; simili modo tempus per AM est ad tempus per AB , ut AM ad AB ; ac proinde tempus per AD est ad tempus per AM , ut AD ad AM 4. Si corpus descendat per plana quotlibet inclinata AD , AM ejusdem altitudinis , velocitates in punctis M & D acquisite æquales sunt inter se , & velocitati acquisite in descensu perpendiculari per AB . Cum enim spatia AB , AK motu uniformiter accelerato percurrantur , velocitas acquisita in B erit ad velocitatem acquisitam in K , ut $\frac{AB}{T}$ ad $\frac{AK}{t}$,

reducendo motum uniformiter acceleratum ad motum uniformem , quod fieri posse jam demonstravimus , sumpto scilicet spatio duplo motu uniformi eodem tempore percurso . Jam vero ob tempora T , t æqualia , & numerum constantem 2 , erit velocitas in B ad velocitatem in K , ut AB ad AK , vel ut AD ad AB , ob triangula similia AKB , ABD . Sed quadratum velocitatis in D est ad quadratum velocitatis in K , ut AD ad AK , & præterea (ex elementis Geometriæ) $AD : AB = AB : AK$; quare $AD : AK = AD^2 : AB^2$: ergo quadratum velocitatis in D est ad quadratum velocitatis in K , ut AD^2 ad AB^2 ; ac proinde

inde velocitas acquisita in D est ad velocitatem acquisitam in K, ut AD ad AB, vel ut velocitas acquisita in B ad velocitatem acquisitam in K. Ergo velocitas in D æqualis est velocitati in B. Simili ratiocinatione velocitas in M æqualis demonstratur velocitati in B, ac proinde & velocitati in D; atque demonstratio valet de alio quolibet planorum numero. His quatuor numeris comprehendimus præcipuas corporum per plana inclinata descendendum leges, eas scilicet, quæ ad sequentem articulum intelligendum necessariae omnino sunt.

ARTICULUS III.

De Motu Curvilineo.

I. **D**Emonstratum est jam, ubi virium compositionem, & resolutionem explicavimus, nullam curvam vi unica describi posse, sed requiri saltem vires duas diversæ naturæ, quæ scilicet rationem perpetuo variabilem inter se habeant. Evidens est, infinitum a Geometris considerari posse virium ordinem, ac proinde, & curvas numero infinitas; at Physicis considerare satis est illas virium rationes, quæ in rerum natura generatim obtinent. Itaque duas in hoc articulo distinguemus motuum species; alii sunt motus *liberi*, corporum scilicet, quæ semel mota sibi deinde libere permittuntur; alii autem sunt motus *non liberi*, corporum nempe, quæ impedimento aliquo retinentur. Ad primam motuum speciem pertinet corporum projectilium motus; ad alteram autem pertinet motus pendulorum. De hac duplici mo-

tuum specie ex ordine tractabimus, præmissis principio, ex quo universa pendet curvilinearum motuum doctrina.

Consideretur latus infinitesimum curvæ AB , per quod labatur corpus B velocitate qualibet finita expressa per BC . (*Fig. 12.*) Jam ubi corpus pervenit in C , viam flectit per CD , ita ut producto latere BC , angulus externus BCM sit infinite parvus. Potest enim curva quælibet considerari tanquam composita ex planis inclinatis numero infinitis, & infinite parvis, quorum proinde inclinatio debet esse infinite parva, ut planorum inclinatum series abeat in curvam continuam. Jam vero latus CD se habet tanquam obstaculum uniformem corporis motum secundum directionem BC retardans. Quare vis finita BC dividi debet in vires duas, unam secundum directionem BN , vel CD lateri CD parallelam, & alteram BM vel NC perpendicularem ad CD . Sola infinita expressa per BN corpus describit latus CD eodem tempore, quod describeret latus BC , ideoque æquales sunt CD , & BN motu uniformi eodem tempore percursum; quæ quidem omnia manifesta sunt, si revocentur in memoriam, quæ de virium compositione, & resolutione demonstrata sunt. Porro in hac demonstratione ponitur, abesse vim omnem elasticam, & resistentiam quamlibet. Est autem vis expressa per NC , vel BM quantitas infinitesima primi ordinis, cum sit sinus anguli infinitesimi BCM , cujus radius est BC exprimens vim finitam; vis autem NC tota consumitur in premendo latere CD , nihilque confert ad velocitatem per curvam. Igitur velocitas corporis B per latus CD est ad illius

lius velocitatem per latus BC , ut BN ad BC . Jam centro B radio BN describatur arcus NI , erit $BI = BN$, ac proinde CI exhibebit velocitatem amissam. Sed arcus NI considerari potest tanquam recta infinite parva ex angulo recto N in hypotenusam BC perpendiculariter demissa: ergo NC est media proportionalis inter CB , & CI ; sed CB est quantitas finita, NC infinitesima primi ordinis; ergo CI est infinitesima ordinis secundi, ac proinde corpus curvam describens ex latere infinitesimo in aliud contiguum transiens, non amittit nisi velocitatis partem infinitesimam ordinis secundi, ac proinde per finitum curvæ arcum descendens amittet dumtaxat velocitatis partem infinitesimam ordinis primi, hoc est, nullam; atque hoc est universalissimum curvilinei motus principium. Jam primam motuum speciem consideremus.

II. Ex præalti montis vertice explosus intelligatur globus missilis secundum directionem horizontalem; alia quælibet directio considerari posset, sed directionem hanc omnium simplicissimam, & commodissimam nunc adhibere satis sit. Jam si vis globo missili impressa fingatur infinite parva, vi gravitatis in terram globus perpendiculariter recideret; si autem vis impressa ponatur infinite magna, secundum directionem horizontalem globus perpetuo movebitur. Hæ sunt duæ extremæ hypotheses, inter quas infiniti alii casus esse possunt, sed eos dumtaxat exponemus, qui ad Physicam pertinent. I.º Globus missilis projiciatur per rectam horizontalem AB (*Fig. 13.*) & interea vi gravitatis constanti perpendiculariter urgeatur secundum directionem AR . Jam recta AB

divisa intelligatur in partes innumeras æquales, ut AE vi semel impressa temporibus æqualibus descriptas, rectæ illæ repræsentare poterunt tempora; sunt enim tempora inter se, ut spatia motu uniformi descripta; si autem ad singula divisionum puncta ducantur rectæ ad horizontem perpendiculares, ut QE , ita ut rectæ illæ sint, ut quadrata rectarum AE ; spatia singulis temporibus motu uniformiter accelerato descripta per easdem rectas exhibentur. Itaque corpus motu composito describet diagonalem virium AE , EQ , cujus hæc erit natura, ut nempe rectæ EQ , vel AH semper sint, ut quadrata rectarum AE vel QH , ductis scilicet AE , HQ , & AH , EQ parallelis; sed hæc est natura curvæ, quam *Parabolam Apollonianam* vocant Geometræ, ut nempe *abscissæ* semper sint ut quadrata *ordinatarum*, ergo gravia projecta in hac gravitatis lege *Parabolam* describunt. Evidens autem est, eandem manere demonstrationem, etiamsi projectionis directio fuerit ab horizonte utcumque obliqua; tota enim demonstratio pendet ex duorum motuum compositione, quorum unus est uniformis, alter autem uniformiter acceleratus. Porro quæcumque sit projectionis ad horizontem inclinatio, eadem manet motuum illorum natura, ac proinde & eadem natura curvæ ... II.^o Luna revolvitur circa terram, ideoque globi missilis instar projecta intelligi potest secundum directionem tangentis orbitæ, & interim vi centripeta tendens in Terram. Verum in primo casu ob exiguas a tellure distantias gravitatem tanquam constantem fingere, illiusque directiones velut parallelas ha-

habere licet, quæ quidem hypothesis ad corpora coelestia transferri non potest; cum ob magnas distantias, neque constantem gravitatem, neque illius directiones velut parallelas considerare liceat. Jam evidens est, globum juxta telluris tangentem minori velocitate emissum describere arcum minorem, majore autem velocitate arcum majorem, atque aucta adhuc velocitate longius pergere, ita ut prætergredi possit totum telluris ambitum, & ad montem, unde projectus fuerat, redire. Fingamus jam corpora quælibet de regionibus altioribus projici, & ad Terram, vel Solem, aut quodlibet punctum vi centripeta tendere, pro varia corporum velocitate, & vi gravitatis describentur arcus vel concentrici, vel excentrici, atque in suis orbitis pergent corpora ad modum Planetarum per cœlos vagari. Sed hæc breviter annotata sint; de hoc argumento jam aliqua diximus attractionis doctrinam explicantes, atque rursus dicendi recurret locus in Astronomia; de motu pendulorum jam paulo fusius differendum.

III. Pendulum vel *simplex* est, vel *compositum*; pendulum simplex appellatur filum puncto aliquo suspensum, quod tanquam inflexibile, & gravitatis expers consideratur, altera autem extremitate pondere onustum; si filum plura habeat annexa pondera, pendulum compositum appellatur: penduli *oscillatio*, aut *vibratio* appellatur motus alternus, quo virga penduli circa fixum suspensionis punctum itum, & reditum absolvit: si autem pendula duo suas vibrationes eodem tempore absolvant, pendula illa dicuntur *isochrona*. Si pendulum aliquod simplex

CP (*Fig. 14.*) in linea verticali constitua-
tur, in puncto infimo P quiescit, ideoque
punctum illud vocatur punctum *quietis*. At
si pendulum attollatur ad punctum A, &
deinde sibi permittatur, motu accelerato re-
labetur in P. Et quidem penduli motum
consideremus in puncto aliquo N, atque pon-
deris gravitas absoluta repræsentetur per NG;
hæc dividi poterit in vires NH, NI, qua-
rum prima cum tota dirigatur ad punctum
suspensionis C, ipsius puncti resistentia omni-
no extinguitur; altera autem, quæ est secun-
dum directionem tangentis, exprimit gravi-
tatem relativam, atqui vi illa corpus motu
accelerato descendit ad punctum P, ubi vis
NI omnino evanescit. In hoc tamen puncto
quiescere non potest pendulum; sed per vim
inertiæ acquisitam servans velocitatem ascen-
dit versus B; ita ut æquales sint arcus AP,
PK, descendendo & ascendendo descripti,
atque etiam æqualia descensus & ascen-
sus tempora. Verum dum corpus ex P ver-
sus K ascendit, perpetuo agit vis relativa gra-
vitatæ secundum directionem oppositam NI,
ac proinde in puncto b extinguit omnes ve-
locitatis gradus acquisitos; quare corpus pro-
pria gravitate relabitur, non secus, ac ex pun-
cto A primum descendit. Hæc autem omnia
manifesta sunt ex articulo præcedenti & ex
numero primo articuli hujus.

IV. Tempora descensuum per curvas simi-
es, & ad horizontem similiter inclinatas,
esse in ratione subduplicata laterum homo-
logorum, ex locis citatis facile etiam colli-
gitur. Etenim latera minima HG, GF,
FD, (*Fig. 15.*) itemque hg, gf, fd exhibeant
infi-

infinitesimas curvarum partes similes, & ad horizontem similiter inclinatas; jam tempus per GH est ad tempus per hg, ut \sqrt{HG} ad \sqrt{hg} . Similiter tempus per GF est ad tempus per gf, ut \sqrt{GF} ad \sqrt{gf} , sed (per hypothesim) $HG : hg = GF : gf$; ergo $\sqrt{HG} : \sqrt{hg} = \sqrt{GF} : \sqrt{gf}$; ac proinde tempus per GF est ad tempus per gf, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Simili ratione tempus per FD est ad tempus per fd, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$; ergo tempus totum per $HG + GF + FD$ est ad tempus totum per $hg + gf + fd$, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$, hoc est, in ratione subduplicata laterum homologorum. Inde autem pendet universa pendulorum per circulares arcus excurrentium doctrina..... I. Velocitas penduli CB in puncto infimo B, est ut chorda BK (Fig. 16.) arcus KDB ex puncto K descripti. Etenim ducatur KF ad CB perpendicularis, erit velocitas penduli in descensu per arcum KDB acquisita æqualis velocitati, quam corpus acquireret cadendo ex altitudine FB, ac proinde ut \sqrt{FB} ; sed (ex elementis Geometriæ) $BF : BK = BK : BA$, ideoque $BF \times BA = BK^2$; ergo cum sit BA constans, erit BF, ut BK^2 ; ideoque \sqrt{BF} est, ut BK: quare velocitas acquisita in B, quæ est ut \sqrt{BF} , erit etiam ut BK, nempe ut chorda; quæ quidem proprietas circuli eximiae est utilitatis, præsertim ubi ad experientiam revocandæ sunt. conflictuum leges in proximo articulo demonstrandæ.... 2. Si pendula duo arcus similes describant, erunt vibrationum tempora in

CP (*Fig. 14.*) in linea verticali constituitur, in puncto infimo P quiescit, ideoque punctum illud vocatur punctum *quietis*. At si pendulum attollatur ad punctum A, & deinde sibi permittatur, motu accelerato relabetur in P. Et quidem penduli motum consideremus in puncto aliquo N, atque ponderis gravitas absoluta repræsentetur per NG; hæc dividi poterit in vires NH, NI, quarum prima cum tota dirigatur ad punctum suspensionis C, ipsius puncti resistentia omnino extinguitur; altera autem, quæ est secundum directionem tangentis, exprimit gravitatem relativam, atqui vi illa corpus motu accelerato descendit ad punctum P, ubi vis NI omnino evanescit. In hoc tamen puncto quiescere non potest pendulum; sed per vim inertię acquisitam servans velocitatem ascendit versus B; ita ut æquales sint arcus AP, PK, descendendo & ascendendo descripti, atque etiam æqualia descensus & ascensus tempora. Verum dum corpus ex P versus K ascendit, perpetuo agit vis relativa gravitatis secundum directionem oppositam NI, ac proinde in puncto b extinguit omnes velocitatis gradus acquisitos; quare corpus propria gravitate relabitur, non secus, ac ex puncto A primum descendit. Hæc autem omnia manifesta sunt ex articulo præcedenti & ex numero primo articuli hujus.

IV. Tempora descensuum per curvas similes, & ad horizontem similiter inclinatas, esse in ratione subduplicata laterum homologorum, ex locis citatis facile etiam colligitur. Etenim latera minima HG, GF, FD, (*Fig. 15.*) itemque hg, gf, fd exhibeant
 infi-

infinitesimas curvarum partes similes, & ad horizontem similiter inclinatas; jam tempus per GH est ad tempus per hg, ut \sqrt{HG} ad \sqrt{hg} . Similiter tempus per GF est ad tempus per gf, ut \sqrt{GF} ad \sqrt{gf} , sed (per hypothesin) $HG : hg = GF : gf$; ergo $\sqrt{HG} : \sqrt{hg} = \sqrt{GF} : \sqrt{gf}$; ac proinde tempus per GF est ad tempus per gf, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$. Simili ratione tempus per FD est ad tempus per fd, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$; ergo tempus totum per $HG + GF + FD$ est ad tempus totum per $hg + gf + fd$, ut $\sqrt{HG} : \sqrt{hg}$, hoc est, in ratione subduplicata laterum homologorum. Inde autem pendet universa pendulorum per circulares arcus excurrentium doctrina..... I. Velocitas penduli CB in puncto infimo B, est ut chorda BK (*Fig. 16.*) arcus KDB ex puncto K descripti. Etenim ducatur KF ad CB perpendicularis, erit velocitas penduli in descensu per arcum KDB acquisita aequalis velocitati, quam corpus acquireret cadendo ex altitudine FB, ac proinde ut \sqrt{FB} ; sed (ex elementis Geometriæ) $BF : BK = BK : BA$, ideoque $BF \times BA = BK^2$; ergo cum sit BA constans, erit BF, ut BK^2 ; ideoque \sqrt{BF} est, ut BK: quare velocitas acquisita in B, quæ est ut \sqrt{BF} , erit etiam ut BK, nempe ut chorda; quæ quidem proprietas circuli eximie est utilitatis, præsertim ubi ad experientiam revocandæ sunt. conflictuum leges in proximo articulo demonstrandæ.... 2. Si pendula duo arcus similes describant, erunt vibrationum tempora in

ratione subduplicata longitudinum pendulorum, ut ex præcedenti demonstratione patet; sed numerus vibrationum eo major est, dato tempore, quo minus est vibrationis unius tempus; seu quod idem est, numeri vibrationum sunt in ratione subduplicata inversa longitudinum pendulorum. Quare datis duorum pendulorum longitudinibus, datoque vibrationum numero tempore aliquo ab alterutro pendulo peractarum, invenietur numerus vibrationum eodem dato tempore ab altero pendulo confectarum dicendo: longitudo penduli unius est ad longitudinem penduli alterius, ut quadratum numeri vibrationum dati ad quadratum numeri vibrationum quæsitum; & vice versa invenietur penduli longitudo talis, ut datum quemlibet vibrationum numerum dato tempore perficiat

3. Si pendula duo fuerint isochrona, erunt vires gravitatis acceleratrices ut pendulorum longitudines. Sunt enim vires constantes, ut spatia iisdem temporibus descripta, spatia autem in hoc casu sunt similes pendulorum arcus, qui proinde sunt, ut longitudines pendulorum; quare & vires gravitatis in eadem sunt longitudinum ratione; quod quidem maxime valet ad definiendum gravitatis incrementum, vel decrementum in variis terræ locis, ut deinde explicabimus.

V. Hactenus consideravimus pendulum simplex, quale nullum existere potest in rerum natura; nulla enim est virga, quæ gravitate omni careat, ac proinde pendula omnia sunt composita. Rem breviter exponeamus, quantum difficultas patitur. Si bina pondera filo suspensa in diversa a puncto suspensionis distantia suas oscillationes peragant,

VIR-

virgaque ipsa concipiatur inflexibilis, sine pondere, & sine vi inertiae; pondus, quod puncto suspensionis propius est, suas oscillationes citius absolvere debet; contra autem tardius, quod a puncto suspensionis remotius est, in ratione scilicet subduplicata distantiarum. Id quidem contingeret, si pondera oscillationes suas seorsim peragerent; verum, quia penduli virga omnino rigida, & inflexibilis ponitur, suas oscillationes eodem tempore pondera absolvent, atque ita componetur inter se velociore, & tardiores ponderum motus, ut medio quodam tempore suas vibrationes perficere debeant. Jam si inveniatur punctum aliquod, in quo bina pondera collecta suas vibrationes eodem tempore perficerent, illud punctum dicitur *centrum oscillationis*, ejusque a puncto suspensionis distantia erit longitudo penduli simplicis pendulo composito isochroni. Quod autem diximus de binis ponderibus, idem quoque intelligi potest de alio quolibet ponderum numero, ac proinde & de infinitis pondusculis per virgam penduli dispersis, in quo quidem casu gravitatis filii ratio habetur. At si filum sit subtilissimum, ita ut illius pondus cum ipso globi appensi pondere comparatum sit valde exiguum, & praeterea si valde exigua sit globi diameter cum filii longitudine comparata, jam pendulum velut simplex considerari potest. Quia vero sublimior Geometria exhibet generales formulas, quarum ope invenitur centrum oscillationis, ideoque pendulum compositum ad simplex reducitur, satis nobis fuit penduli simplicis doctrinam explicasse; alia autem plurima, quae in hoc articulo brevius diximus, ex sequenti conclusione magis fient manifesta.

CON-

C O N C L U S I O.

GRAVITATIS TERRESTRIS INÆQUALITATEM DEMONSTRANT ACCURATISSIME INSTITUTA PENDULORUM EXPERIMENTA.

Demonstratur . Si observetur longitudo penduli isochroni in duobus locis, erunt vires in iis locis, ut pendulorum longitudines, ex antea demonstratis. Licebit ergo gravitatis incrementum perspicere, diligenter observata in variis terræ locis penduli isochroni longitudo. Quanta autem in capiendis huiusmodi experimentis adhiberi debeat diligentia, repetendum est ex monumentis Parisiensibus anno 1735. nihil enim accuratius, ac religiosius tradi potest, quam quod ibidem hac in re præscripsit vir clarissimus Dominus de Mairan. Hæc autem præcipue curanda monet. 1. Accurata habenda est mensura pedis parisiensis, vel altera quælibet mensura, cuius ad pedem parisiensem nota sit ratio, ita ut decima, &, si fieri potest, centesima lineæ parte non aberret 2. Parari debet globus exacte rotundus, diametro circiter unius pollicis, ex materia bene compacta 3. Adhibendum est filum flexibile, nec ita complicatum, ut oscillationes laterales mutet in conicas, quas quidem diligenter evitari multis de causis expedit. Optimum omnium, & jam fere ab omnibus adhiberi solitum, est filum, quod paratur ex foliis *aleos*. Fili autem pondus si fuerit millesima pars ponderis globi, in pendulo pedum 3. linearum 8. attollit centrum oscillationis, una quartadecima parte lineæ unius; in aliis casibus ea elevatio erit quam proxime, ut longitudo fili directæ, & ut pon-

pondus globi inverse, quod demonstrat vir
 prælaudatus..... 4. Summa utendum est di-
 ligentia in capienda distantia puncti suspen-
 sionis a centro globi, vel ab imo globi pun-
 cto; habita autem distantia puncti suspensio-
 nis a centro, si ei addantur $\frac{2}{5}$ tertiæ pro-
 portionalis post ipsam, & globi semidiamete-
 rum, habebitur penduli longitudo... 5. De-
 mum paratum sit oportet horologium accu-
 ratum, quod dirigatur per appulsum stellæ
 alicujus ad telescopium immotum, vel Solis
 ad lineam meridianam; oscillationes autem
 maxima cura, & sine ullo erroris periculo
 numerandæ sunt.

Tanta autem adhibita diligentia, quæ in
 re subtilissima omnino quidem necessaria est,
 jam certo definitum habemus, penduli iso-
 chroni mensuram breviorē fieri pergendo a
 Polis ad Æquatorem, contra vero longiorē
 ab Æquatore ad Polos. Ita ergo comperta est
 gravitatis inæqualitas in diversis terræ locis,
 ut nemo sit, qui de ea dubitet. Non defue-
 runt quidem doctissimi etiam viri, qui obser-
 vationibus per Europam institutis, gravitatem
 ubique æqualem se invenisse, profiterentur;
 verum quod minus feliciter successerit obser-
 vatio, summo consensu nunc tribuunt Physi-
 ci iis methodis, quæ tum in usu erant mi-
 nus perfectæ, & perpolitæ, ita ut exiguum
 gravitatis discrimen tam exiguis locorum in-
 tervallis debitum deprehendere nequaquam
 licuerit. Hinc observationes multo accura-
 tioribus instrumentis institutæ sunt in pluri-
 mis, & admodum dissitis terræ locis; omnium
 autem observationum fide certo constat gra-
 vitatis inæqualitas. Hic autem longius esset
 descri-

describere varias pendulorum longitudes, quarum tabulas videre est in eximiis operibus, quæ de telluris figura paucis ab hinc annis in lucem prodire.

Quamvis ad determinandam gravitatis inæqualitatem solius penduli isochroni mentionem fecerimus, evidens tamen est, pari successu adhiberi posse pendulum non isochronum. Etenim ex doctrina motus uniformiter accelerati in præcedenti articulo explicata, spatia crescunt, ut quadrata temporum, eadem manente vi acceleratrice; si autem vires acceleratrices diversæ fuerint, seorsim tamen consideratæ uniformes maneant; quo major est vis acceleratrix, eo majus est spatium dato tempore percursum, ac proinde spatia sunt, ut quadrata temporum, & vires acceleratrices conjunctim; ideoque vires acceleratrices sunt, ut spatia descripta directe, & quadrata temporum inverse. Jam vero in casu pendulorum spatia sunt, ut longitudes pendulorum; erunt ergo vires gravitatis, ut longitudes pendulorum directe, & quadrata temporum oscillationum inverse. Igitur manente penduli longitudine, vires gravitatis sunt, ut quadrata temporum oscillationum reciproce. Itaque patet, ejusdem penduli ope gravitatis comparisonem in diversis terræ locis institui posse; tanta enim diligentia numerus oscillationum dato tempore determinatur, ut ne dimidiæ quidem oscillationis error committi possit. Hac methodo gravitatis inæqualitas primum detecta est a *Richero*, cujus observationes jam antea commemoravimus.

Ut tota hæc quæstio maximi sane momenti in bono lumine collocetur, meminisse oportet

oportet, duplicem considerari posse gravita-
 tem; aliam nempe *primitivam* nulla vi cen-
 trifuga perturbatam, aliam autem vi centri-
 fuga imminutam, quam gravitatem *actualem*
 appellare licet; totam rem breviter explica-
 bimus, ut facere solent, qui telluris circa
 axem rotationem admittunt. Sit AB diameter
 Æquatoris, cujus P, p Poli, sitque DE (Fig.
 17.) semidiameter paralleli cujusvis. Quoniam
 in circulari motu vis centrifuga dirigitur ad
 partes circuli descripti centro oppositas, in
 Æquatore A dirigitur ad partes oppositas cen-
 tro terræ C per CA ; in parallelo D ad par-
 tes oppositas centro paralleli E per ED . Jam
 vero gravitas ubique dirigitur ad centrum
 terræ C , saltem quoad sensum, nimirum in
 A per AC , in D per DC . Præterea dire-
 ctio CA est penitus contraria directioni AC ;
 at patet ex motuum compositione, & reso-
 lutione directionem vis centrifugæ per ED
 referendam esse ad directionem vis gravita-
 tis per CD ; nempe vim centrifugam in D
 exprimat recta DO , hæc resolvatur in ON
 ipsi CD normalem, & in DN secundum
 directionem ipsius CD . Hæc sola pars vis
 centrifugæ opponitur directioni gravitatis in
 D . Jam facile invenitur ratio vis centri-
 fugæ in D secundum directionem DN ad
 vim centrifugam in A . Etenim exprimat
 AI vim centrifugam in A , erit ex demon-
 stratis de vi centrifuga AI ad DO , ut AC
 vel DC ad DE . Præterea ob triangulorum
 DCE , ODN similitudinem, erit iterum
 CD ad DE , ut DO ad DN , ideoque com-
 positis rationibus CA^2 ad DE^2 , ut AI ad
 DN . Ex hac demonstratione æstimari pot-
 est effectus vis centrifugæ in quolibet terræ
 loco

loco; patet autem, vis centrifugæ effectum talem esse, ut gravitati primitivæ minus detrahat pergendo ab Equatore ad Polos, & quidem duplici de causa; tum quia decre-
scit ipsa vis centrifuga, quæ in Polo evadit nulla, tum quia ejus directio gravitatis di-
rectioni minus directe opponitur. Ex his et-
iam facile determinatur ratio vis centrifugæ
ad gravitatem primitivam. Si fingamus cor-
poris alicujus sub Equatore gravitatem o-
mnem sublatam, jam posito rotationis mo-
tu corpus illud per telluris tangentem elabe-
retur, ideoque minuti unius secundi inter-
vallo supra ipsum telluris globum attollere-
tur tota illa altitudine, quæ est inter tangen-
tem, & arcum minuti unius secundi tempo-
re descriptum, quæ quidem lineola tangen-
te, & arcu comprehensa ex elementis Geo-
metriæ facile invenitur. Hæc exprimet vim
centrifugam sub Æquatore; addi autem de-
bet spatium, quod corpora sub Æquatore mi-
nuti unius secundi tempore libere descenden-
do percurrunt, atque ita habebitur gravitas
primitiva sub Æquatore, quæ proinde confer-
ri poterit cum vi centrifuga data, atque ita
dicendum de aliis quibuslibet terræ locis.
Sed hæc paucis indicasse sufficiat; conve-
nientius enim explicabuntur, ubi de figura
telluris; in hac conclusione solam gravitatis
variationem demonstrandam suscepimus.

Objicies: doctrina pendulorum hætenus
explicata omnem excludit medii resisten-
tiam: at certissimum est pendula impedi-
mentis plurimis obnoxia esse. Et quidem
aeris resistentia maxime retardantur; in
ipso suspensionis puncto mutus fit attritus,
atque hinc oritur aliud omnino inevitabile im-

impedimentum. Itaque sic argumentari licet: gravitatis variationem non demonstrant experimenta illa, quæ nulla sufficienti diligentia institui possunt; atqui &c. ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Aeris, aut mutui attritus impedimento tribui non potest differentia, quæ in pendulorum longitudine observata est. Et quidem iisdem impedimentis afficiuntur pendula tum sub Æquatore, tum versus Polos. Neque est, quod dicant, aliqua fortasse de causa maiorem esse aeris resistentiam versus Æquatorem, ac proinde & maiorem penduli retardationem. Et certe in tam exigua velocitate exigua omnino esse debet, & fere nulla aeris resistentia, quæ si quid agit, ubique eodem fere modo motum retardat, & potius minus sub Æquatore ob minorem aeris densitatem, majori scilicet calore vigente. Præterea etiam diligentissimi viri, qui pendulorum longitudinem observarunt, nullam prætermisere diligentiam, ut penduli retardationem ex aeris resistentia oriundam cognoscerent, adhibitis quoque accuratissimis barometris, quæ atmosphæræ variationem indicarent; sed tanta diligentia necessaria quidem fuit, ut accurate, & adamussim definiretur vera penduli longitudo, mediocris autem diligentia satis fuit, ut variatio penduli innotesceret; tanta enim est, ut observationibus etiam sine maxima subtilitate institutis sese conspicuam præbeat. Præterea omni caret verisimilitudine, observationes omnes in eundem errorem perpetuo conspirare, quod nempe penduli isochroni longitudinem per gradus minorem faciant, pergendo a Polis ad Æquatorem. Porro in præsentī conclusio-
ne

ne generatim dumtaxat agimus de gravitatis inæqualitate ; rem vero accuratius determinare pertinet ad Geographiam , ubi telluris figuram investigabimus.

Instabis I. In pendulorum observationibus non apparet summus ille consensus , qui tamen ad fidem faciendam necessarius omnino est . Circumferuntur plurimæ observationum tabulæ , quæ quidem a se invicem non parum discrepant . Imo Picardus per totam Galliam , & *Uranoburgi* eamdem invenit penduli longitudinem . Unde sic concludi potest : gravitatis variationem non demonstrant observationes illæ , quas erroris suspectas reddit earum dissensus ; atqui &c. ergo &c.

Resp. Distinguo maj. Erroris suspectæ sunt observationes , quoad veram , & accuratam pendulorum longitudinem : transeat . Quoad longitudinem penduli generatim considerata : Nego . Quare distincta min. Nego Consequentiam . Re quidem vera plurimos observationum catalogos inter se minime conspirantes exhibuerunt doctissimi viri ; sed quamvis ob rei difficultatem in eadem non consentiant penduli longitudine , in id tamen conspirant omnes , ut in præcedenti responsione observavimus , quod nempe pendulum ostendant brevius sub *Æquatore* , longius versus *Polos* . Quod autem *Coupletus* eamdem in universa Gallia invenerit penduli longitudinem , referri debet nimis exiguæ locorum distantia , atque etiam instrumentis minus accuratis , pro ea , quam tales observationes postulant , subtilitate . Dixi autem *transeat* : tanta enim diligentia his nuperrimis annis iterata fuerunt experimen-

menta, ut miranda omnino sit tanta confensio; tantillas enim habent differentias, quas nulla diligentissimorum virorum industria vitare potest.

Instabis II. Durissima quæque metalla vi caloris extendi, frigore autem contrahi, certissimum est. Notissimum est Physicis instrumentum, quod *Pyrometrum* dicitur: hæc est illius structura. Constat ex lamella metallica, cujus extremitas una in denticulos definit; hi autem denticuli axis perpendicularis cavitatibus, seu canaliculis inseruntur; axis autem rotæ horizontalis dentes ingreditur. Subtus lamellam metallicam aptata sunt ellichnia, quæ admoto igne flammam concipiunt. Rebus ita dispositis, lamella distenditur, illiusque proinde denticuli axis cavitates per vices subeunt & eundem axem convertunt; revolvi autem non potest axis, nisi moveatur quoque rota superior horizontalis huic contigua. Quare si centro rotæ aptatus fuerit indiculus, qui circumferentiam in gradus, graduumque partes divisam libere percurrat, ipsam lamellæ dilationem ex graduum percursorum numero æstimare licebit. Tanta autem est dilatatio, ut circumferentiam integram indiculus aliquando describere videatur. Si vero ad calorem extinguendum aqua lamellam perfundas, ad pristinum locum retrogrado motu redibit indiculus, ideoque & lamella justum contractionis statum recuperabit. Eandem dilationem accuratissimis observationibus expertus est **Clarissimus De Mairan**, soli, igni, & aquæ ebullienti expositis metallorum virgis. Igitur probabile est, caloris vi sub Zona torrida crevisse longitudinem penduli, quod

quod idcirco lentius moveri debuit; idem vero pendulum Parisios translatum rursus contrahebatur. Unde sic gravitatis inæqualitati referri non debent experimenta illa, quæ in alternam pendulorum dilatationem, & contractionem refundi possunt: atqui &c. ergo &c.

Resp. Nego min. Observatam penduli variationem caloris vi tribuendam non esse, indubitatum omnino est. Virga ferrea pedum sex æstivo Soli meridiano diu exposita, experimentis diligenter institutis inventa est major, per duas tertias partes lineæ, ideoque per decimam octavam partem pollicis parisiensis. Virga pedis unius ad ignem candefacta per dimidiam excrevit lineam. Primus calor ex Sole æstivo meridiano conceptus satis quidem vehemens in virga penduli pedum trium induceret unam tertiam lineæ partem. Alter autem calor vehementissimus, igne scilicet excitatus, lineæ unius cum dimidia variationem exhiberet. At pendulum, quo utebantur diligentissimi viri, multo minorem calorem debuit concipere, nec igni expositum, nec solaribus radiis; imo caloris effectus summa diligentia impediabatur, vel redacto conclavi, in quod experimenta instituebantur, ad calidioris loci temperiem, quod igne admoto, & adhibito Thermometro in Laponia præstitit dominus *De Maupertuis*, vel notando oscillationum discrimen singulis gradibus caloris debitum, quod Thermometri ope diligenter perfecit *Grahamus*; hac enim adhibita diligentia variatio calori debita a tota penduli inæqualitate tuto detrahebatur. His autem præsidiis excitatissimi viri in plurimis locis plures ob-

Observationes habuerant. *Torneæ* in Lapo-
nia inventa est longitudo penduli ad mi-
nuta secunda oscillantis pedum 3, linearum

$9 \frac{1}{100}$, Parisiis pedum 3, linearum 8, $\frac{67}{100}$, sub

Æquatore pedum 3, linearum $7 \frac{21}{100}$. Hanc

autem tantam differentiam vi caloris tri-
buendam non esse, ex hætenus dictis facile
patet.

Instabis III. Quamvis gravitatem mino-
rem sub Æquatore ostendant pendulorum ob-
servationes, inde tamen minime colligi pot-
est gravitatis inæqualitas, ab Æquatore ad
Polos certam servans legem. Etenim singa-
mus gravitatem, qualem requirit Newtonia-
na hypothesis, in ratione reciproca duplica-
ta distantiarum a singulis materiæ particu-
lis, fingatur quoque terra sphaerica homoge-
nea, ac dematur sub Æquatore B sphaera
materiæ, cujus radius BI (Fig. 18.) contineat
milliaria quatuor; jam detrahetur in B pars
circiter millesima gravitatis. Nam terræ se-
midiameter CB est milliarium circiter 4000.
& attractio in sphaeram CB est ad attra-
ctionem in BI, ut BC ad BI, sive ut
1000, ad 1, quod antea demonstravimus;
at in F nullum observari poterit decremen-
tum gravitatis. Est enim attractio puncti
F in sphaeram IB, ad attractionem puncti
B in eandem, ut BI, ad FI, sive pro-
xime ut IB, ad 2BC, sive ut 16. ad
32000000; nimirum decrementum gravitatis in

F erit $\frac{1}{2000000}$ decrementi in B, &

2000000000 gravitatis totius. Si jam sphaera BI transferatur in F, eodem argumento ibi crescet pars millesima gravitatis, nihil in B, seritque differentia inter B & F pars quingentesima gravitatis. Si dupla sphaerae diameter adhibita fuisset, prodiisset differentia dupla, nimirum pars ducentesima, & quinquagesimaquarta, qualis fere per observationes pendulorum invenitur; quamvis autem gratis omnino fingatur sub Æquatore in B existeret cavernam ingentem, cujus diameter sit milliarium octo: certum tamen est multo minus materiae sub Æquatore, quam sub-Polis contineri; nam ob ingentem calorem perpetuum corpora omnia rariora sunt versus Æquatorem; at versus Polos perpetuis nivibus, & glacie rigent omnia. Præterea observationes pleræque in America factæ sunt in locis maritimis, immenso Oceano cinctis, cujus & magna est profunditas & ingens extensio; reliquæ in Europa observationes institutæ sunt in locis a mari remotioribus, & supra maris superficiem ita elatis, ut illa major a centro distantia minus detrahat gravitati, quam addat tanta materiae quantitas late circumfusa. Ex his omnibus sic aliqui solent argumentari. Certum gravitatis incrementum, vel decrementum non ostendunt inæqualitates illæ, quæ recensitis causis tribui possunt; atqui &c. ergo &c.

Resp. transeat maj. Nego min. Ad majorem dico *transeat*; in præsentī enim quæstione sermo est dumtaxat de gravitatis inæqualitate, non vero de hujus inæqualitatis lege & causis; at pro mero figmento certe ha-

haberi debent in locis quibusdam cavernæ,
 in locis aliis montes; ecquis enim facile
 crediderit per universam tellurem tali ordine
 montium, cavernarumque seriem distributam
 fuisse, ut certis pendulorum legibus accurate
 respondeat? Et quidem observationes non
 tantum sub Æquatore & prope polos, sed
 etiam in locis aliis plurimis, & longius a
 montibus fuerunt institutæ. Tandem versus
 Æquatorem eminent altissimi montes, quo-
 rum ea fuit vis attractiva, ut pendulum a
 perpendiculari directione septem secundorum
 intervallo dimovere potuerit, ut antea ob-
 servavimus. Verum juxta objectionis hypo-
 thesim tellus sub Æquatore montibus emine-
 re non debet, sed contra cavernis ingentibus
 hiare. Hic autem data iterum occasione de
 montium attractione pauca revocabimus, ex
 quibus intelligatur, altioribus quoque monti-
 bus exiguam omnino vim tribuendam esse,
 illosque minimam continere materiæ quanti-
 tatem, si cum massa telluris conferantur.
 Ponamus montem tria milliaria altum qua-
 lis est circiter altitudo montis *Chimboraco*.
 Hunc montem exhibeat sphaera *D* in super-
 ficie telluris, quam tangat recta *CLD*, (*Fig.*
19.) erit gravitas in *L* in tellurem ad gra-
 vitatem in *D* in sphaeram, ut sphaerarum ra-
 dii (ex demonstratis), gravitas autem in
L in tellurem ad gravitatem in *D* in eam-
 dem in ratione reciproca duplicata distanti-
 arum *LC*, *DC*, a centro ejusdem, ac proin-
 de si *DH* exprimat gravitatem in terram in
D, erit $DC : LC^2 = LC : DH$: &
 completo rectangulo *ODHA*, dirigetur gra-
 vitas per *DA* ex motuum compositione.
 Jam vero in triangulo rectangulo *DHA* di-

Jacq. T. IV.

H

ca-

catur: ut DH est ad HA , ita radius ad tangentem anguli HDA ; quia autem data est semidiameter telluris, quæ minor est miliaris parisiensibus 3940, ac proinde & ipsa DH , dabitur angulus HDA qui invenitur $1'. 18''$. Talis ergo esse deberet aberratio penduli prope montem *Chimboraco*, quæ tamen aberratio per observationem prodiit duntaxat $7'$. Hic afferre placuit demonstrationem antea omissam, principiis necessariis nondum constitutis. Hinc patet ingentes etiam montes minimam habere densitatem pro ratione voluminis; quare certum est, montes illos cavitatibus seu cavernis hiare. Illæ autem telluris inæqualitates, quæ tantæ nobis videntur, & minimæ tamen sunt cum tota telluris massa comparatæ, probabilissime referendæ sunt in vehementiores aliquas telluris concussiones, quarum effectum ultra superiores telluris partes propagatum non fuisse, verisimillimum est. Itaque ex his omnibus colligitur ad explicandam gravitatis inæqualitatem sine ulla ratione fingi montes & hiatus certa lege per universam terram dispersos. Cæterum quamvis sæpe dixerimus, gravitatis legem per observationes pendulorum hic a nobis non determinari, nemo tamen putet, id contrarium esse constitutæ antea attractionis legi in ratione distantiarum duplicata decrescentis. Etenim hanc attractionis legem demonstravimus inter corpora cœlestia magnis intervallis a se invicem remotissima, in quibus proinde diversam densitatem negligere licuit. Gravitationem terrestrem in eadem quoque ratione decrescere ostendimus, sed gravitatem consideravimus in eodem duntaxat telluris loco; nullam vero

ro rationem habuimus illarum inæqualitatum quæ ex varia telluris densitate aliisque causis originem habere possunt. Tandem inæqualitates illæ nihil repugnant demonstratæ attractionis legi, cum oriantur ex ipsa attractionis lege in ratione directâ massarum & duplicata inversa distantiarum. Sed ut jam sæpe monuimus, fusior explicatio ad alium locum pertinet, ubi de figura telluris.

Instabis IV. Pendulorum observationes haberi non possunt nisi facta comparatione cum horologii motu. At horologia constant ex variis partibus quæ singulæ impedimentis plurimis afficiuntur; humido vel arido cœlo magis vel minus lubricæ fiunt rotæ, modo velociores, modo tardiores; hinc fit ut pendulum horologii in longiores vel breviores arcus excurrat, ac proinde idem non servetur singularum oscillationum tempus. Tandem vitium aliud quod in pendulo simplici jam notavimus, in horologiorum pendulis multo magis crescit ob partium multitudinem & varietatem, nempe pro varia cœli temperie mutantur, varieque extenduntur & contrahuntur plurimæ horologiorum partes; hinc mutatur centri oscillationis situs. Ex his omnibus ita concludi potest: incertis causis, & sine ulla lege variis tribui potest diversa penduli longitudo, si incertus omnino sit horologiorum usus, quantum in re tam subtili desideratur; atqui &c. ergo &c.

Resp. Concedo maj. Nego min. Re quidem vera horologiorum partes singulæ variis mutationibus sunt obnoxie; at comparatione diligenter instituta inter horologii solisque aut stellarum motum, innotescere facile

potest an horologium errorem aliquem admittat. Præterea ad vitandam mutationem ex cœli temperie oriundam adhiberi debent artificia, de quibus jam supra mentionem fecimus. His horologiorum incommodis plurima parata sunt remedia. Grahamus celeberrimus instrumentorum artifex utilissimum sane tantis malis remedium excogitavit. In extrema penduli virga suspendit tubum mercurio plenum ita ut tamen in tubo spatioli aliquid superesset, per quod mercurius ipse caloris vi dilatatus cum virga intra tubum ascenderet, descendente interim tubo ipso, atque ita centrum oscillationis suo loco maneret. Est & alia ejusdem erroris corrigendi ratio: suspenditur pondus diversorum metallorum lamellis ita inter se connexis, ut ut dum altera lamella magis distenta ultra alteram itidem distentam pondusque depri mentem excurrit, ipsa pondus sursum attollat, & priori altitudini restituat, imo etiam non nihil majori, ita ut ipsius virgæ centri oscillationis descensus compensetur, totiusque penduli centrum oscillationis suo perstet loco. Neque hic prætermittendum est aliud artificium non minus ingeniosum, quod paucis ab hinc diebus excogitavit peritissimus horologiorum artifex Parisiensis *Lepautius*. Accuratissimis observationibus notum sit oportet, quantum dilatetur virga metallica pro dato quolibet thermometri gradu; hos autem dilatationis gradus cepit *Lepautius* ex *Bougueri* & *Ellicotii* virorum diligentissimorum experimentis. Deinde curvam delineavit cujus radii inæquales virgæ dilatationibus semper forent proportionales, ita ut anguli quos radii singuli cum ipso divisionis ini-

initio continent, semper crescant, ut gradus
 thermometri. Id vero obtineri posse, evidens
 est descripto circulo & in suos gradus divi-
 so, non secus ac dividitur thermometrum,
 hoc est, in partes 40; nam Parisiis intra
 hos limites consistit altitudo liquoris in ther-
 mometro; patet autem hanc curvam imitari
 spiralem quam *archimedeam* a suo inventore
 dicunt Geometræ. Tandem compertum est,
 partem centesimam lineæ in dilatione vir-
 gæ per horas 24 id efficere, ut pendulum re-
 tardet minuto uno secundo. Jam si radii
 centesima parte lineæ pro singulis divisioni-
 bus minuantur, manifestum est, punctum
 curvæ, quod quadragesimæ divisioni respon-
 det, centro propius esse quadraginta centesi-
 mis partibus lineæ, seu duabus quintis lineæ,
 quam sit ipsum curvæ initium. Quæ cum
 ita sint, in descriptam curvam flectatur la-
 mella metallica, eaque sub ipsa horologii
 suspensione collocetur, aptata etiam acu, quæ
 thermometri gradibus respondeat. Totum
 ergo negotium huc redit, ut pro tempore
 aliquo dato observetur gradus thermometri,
 curandumque ut acus eidem gradui respon-
 deat. Hoc idem instrumentum alteri quo-
 que graviori malo remedium affert. Rota-
 rum cardines in horologiis oleo imbui so-
 lent; olei autem particulæ æstivo tempore
 vi caloris solutæ fluunt, tempore autem hi-
 berno frigoris vi constringuntur & indure-
 scunt. Hinc liberiores vel difficiliore sunt
 oscillationes. Verum cum malum istud ex
 eadem causa pendeat, nempe ex gradu ther-
 mometri, idem quoque adhibetur remedium,
 augenda nempe est radiorum inæqualitas.
 Igitur non solum minui debet spiralis radius

centesima parte lineæ, seu quadragesima parte circumferentiæ totius circuli, sed multari etiam debet quantitate huic alteri effectui debita, & per observationes cognita.

Supereſt tandem, ut de vibrationum inæqualitate aliquid adjungam. Re quidem vera horologiorum pendula in breviores longioresque arcus variis de cauſis ſæpe excurrunt; verum arcus illos licet inæquales iisdem quam proxime temporibus deſcribi demonſtrant Geometræ; quod ut intelligatur, brevis ſermo haberi debet de celeberrima quadam curva quam *cycloidem* appellant. Cyclois eſt curva linea quam deſcribit punctum aliquod in circuli circumferentiâ pro lubitu aſſumptum, intereadum circulus totus ſuper lineam rectam revolvitur. Hujus curvæ geneſis repræſentari ſolet per imaginem clavi in rotæ ſuperficie defixi; dum nempe rota per planum circumvolvitur, clavus in aere cycloidem percurrit: De prima cycloidis inventionem acerrime certatum eſt circa annum 1643. inter *Torricellium* & *Robervallium*, illo primam cycloidis conſiderationem tribuente in Italia *Galilæo*, hoc autem in Gallia *Merſenno* noſtro. Sed quidquid ſit de illa concertatione quæ in rixas apertasque inimicitias deinde exarſit, ſolam rei utilitatem, minime vero gloriam conſiderabimus. Plurimas inter & quidem elegantiffimas cycloidis proprietates unam præ aliis afferemus quæ ad præſentem caſum pertinet; ſi nempe cyclois ita invertatur, ut crura ſurſum tendant, punctum autem infimum horizontem tangat, tum e quavis diſtantiâ demittatur grave per ipſam cycloidem, eodem omnino tempore per arcum
ut-

utcunque magnum vel parvum descendet. Itaque patet hanc cycloidis proprietatem ad pendulorum usum transferri posse; si nempe efficiatur ut virga penduli in cycloide suas vibrationes absolvat; hac enim arte servatur temporis æqualitas, mutata utcunque arcuum descriptorum longitudine. Illud autem commodum sequenti artificio obtineri potest. Si curvæ cuilibet ex ejus parte convexa advolvatur filum, tum evolva-
 tur itaut pars evoluta semper tensa maneat, punctum fili quodcumque curvā quamdam lineam delineabit motu illo per aerem. Curvam quam filum complectitur, dicitur *evoluta*; curva autem quam filum in aere describit, curva *evolutione genita* appellatur. Curva genita fere semper admodum diversa est ab evoluta. At cæteris proprietatibus cycloidis hæc addenda est sane elegans; si nempe a summo vertice cyclois evolva-
 tur, se ipsam generat sibi prorsus æqualem, ita ut binæ semicloides in situ erecto positæ, & e parte convexa in ima sui parte sibi conjunctæ integram cycloidem generent. Quamobrem si binæ lamellæ semicycloida-
 les in ima parte conexas invertantur deorsum, itaut ima pars evadat summa, & ex ipso lamellarum angulo appendatur filum quod semicycloidis perimetro æquale sit, pondus imo filo suspensum oscillationes suas in cycloide peraget, isochronas prorsus; sive in ampliores arcus excurrant, sive brevioribus arcubus se contineant, tempore semper æquali. Hanc cycloidis proprietatem ad horologiorum usum primus omnium traduxit *Hugenius*. In horologiis vel pondus appen-
 sum, vel lamina chalibea elastica per vim

contorta, motum primæ rotæ imprimit a qua in totam machinam derivatur. Jam diu in usu erat id machinarum genus, sed *Hugenius* eidem machinæ pendulum adjecit, ita ut cum illius oscillationibus celerioris rotæ motus connecteretur, dentesque singuli post singulas oscillationes procurrerent. Verum jam diximus, Geometris demonstratum esse, descensus per arcus circuli minimos etiam inæquales esse quam proxime isochoronos. Quare cum minimi sint circulorum arcus a pendulis descripti, tanta non est hac in re cycloidis utilitas. Præterea in pendulis simplicibus sola gravitate sollicitatis valere quidem potest cycloidis usus; sed minus felici successu horologiis aptatur. Et quidem ad penduli vibrationes præter gravitatem concurrunt quoque motrices horologii vires quæ penduli isochronismum turbare maxime possunt. Quare minimos circulorum arcus præferendos esse, ipsa quoque experientia edocti sunt horologiorum artifices. Sed hæc pauca dicta sint quantum patitur nobis imposita doctrinæ facilitas.

A R T I C U L U S IV.

De Corporum conflictu.

I. **T**Ria distingui debent corporum genera; *dura, mollia, & elastica*. Dura dicuntur quæ ad mutandam figuram nulla vi cogi possunt. Mollia, quæ figuram ita mutant, ut mutationi resistent, eam autem amissam recuperare non nitantur. Elastica tandem dicuntur ea quæ figuram amiss-

missam recuperare nituntur. Rursus autem corpora vel sunt perfecte elastica, si nempe restituantur eadem vi, qua fuerunt compressa; vel imperfecte elastica, si restituantur vi minori. Corporum perfecte elasticorum restitutionem ita exprimere solent Physici. Dicunt nempe, in corporibus perfecte elasticis, *vim restitutivam equalem esse vi compressivæ*. Has definitiones exemplo illustrabimus. Globi duo elastici sibi mutuo occurrant; primum quidem in puncto sese contingunt, sed partes contingentes & sese mutuo prementes cedunt magis ac magis ad certos usque limites, ac proinde augetur per gradus contactus magnitudo, donec partes compressæ per eosdem gradus, sed velocitatis ordine inverso, sese restituant, & ad pristinum statum redeant. Jam ut inter corpora elastica & non elastica comparatio instituatur, fingamus corpora dura AB (*Fig. 20.*) longa elastrorum serie connexa esse; si A moveatur versus B, id fieri non potest nisi comprimantur elastra, ac proinde corpus A, agit in B per elastra interposita, atque magis ac magis hæc elastra comprimuntur, donec corpora duo æquales secundum eandem directionem velocitates habeant: in hoc autem statu nulla vis aget in elastra; ac proinde vim elasticam exerent, & laxari incipient, sed inverso velocitatis ordine. Itaque in corporum elasticorum conflictu considerandæ sunt actiones duæ. In prima scilicet actione res se habet non secus ac si corpora essent omni elasticitate destituta; at cessante prima actione statim altera incipit, elastra nempe restituentur eadem vi, qua fuerunt compressa, si perfecta sit elasticitas. Igitur in

prima actione extinguitur velocitas qua corpora ad se invicem accedebant, seu, ut vocant, velocitas *respectiva*; in altera autem actione corpora a se invicem recedunt eadem velocitate respectiva, qua nempe ad se mutuo accedebant in prima actione. Unde patet, motus quantitatem ab unoquoque corpore acquisitam vel amissam in prima actione æqualem esse quantitati motus acquisitæ vel amissæ in actione altera; ita ut quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa in corporibus perfecte elasticis duplo major sit, quam in corporibus perfecte duris. Quod spectat corpora imperfecte elastica, idem est in prima actione effectus ac in corporibus perfecte elasticis; verum quia vis restitutiva minor est vi compressiva, minor quantitas motus in secunda actione acquiritur vel amittitur. At quia ex data corporum elasticitate, data etiam est ratio vis compressivæ ad vim restitutivam, seu ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum; evidens est, quantitatem motus in prima actione acquisitam vel amissam in eadem ratione augendam esse post conflictum. Tandem quod spectat corpora mollia, quorum partes cedunt, sed ad pristinam non redeunt figuram, prima actio eadem est ac in corporibus perfecte elasticis vel perfecte duris; illorum velocitas respectiva per conflictum extinguitur, & unius corporis instar progrediuntur, cum nulla sit vis restitutiva. Illud autem discrimen inter omnia corpora probe notandum est. Corpus molle tempore finito motum suum alteri communicaret, eo scilicet tempore, quo cedunt corporis partes, & ipsam

& ipsam corporis diametrum percurrunt; si corpus perfecte molle fingatur. At in corpore duro, cujus partes cedere non possunt, unico temporis puncto indivisibili communicatur motus. Tandem in corpore perfecte elastico tempore finito motus producitur; cedunt nempe corporis partes, & crescente compressione, motu retardato ad se invicem accedunt; donec tandem continuo agat vis restitutiva, qua fit ut partes motu accelerato ad pristinam properent figuram.

II. Omnes conflictuum leges hoc uno principio innituntur; in quavis scilicet binorum corporum collisione, quantum motus lucratur corpus suum secundum datam directionem, tantum quoque lucrari debet corpus alterum secundum directionem oppositam; quod quidem evidens est ex actionis & reactionis æqualitate. Porro duplex casus contingere potest; vel enim corpora tendunt ad eandem partes, vel ad partes contrarias. Si primum, quidquid motus additur corpori fugienti, id detrahitur corpori incurrenti, ac proinde eadem manet tota motuum quantitas post conflictum, quæ fuit ante conflictum. Si secundum, quidquid motus amittit corpus unum secundum propriam directionem, tantum quoque perit in corpore altero; illa enim corpora agunt in partes propriæ directioni oppositas. Igitur in hoc casu eadem manet differentia motuum post conflictum, quæ fuit ante conflictum. Duæ autem hujus principii partes ex duplici axioma arithmetico facile patent: si nempe duæ fingantur quantitates, ex quarum una tantum detrahitur, quantum additur alteri, eadem manet quantitatum summa: si vero ex dua-

bus quantitibus æquales hinc inde partes detrahantur, eadem manet quantitatum differentia. Jam vero antequam collisionum leges ex demonstrato principio colligamus, observandum est corporum conflictum, vel *directum* esse, vel *indirectum*. Directus quidem dicitur, si corporum sibi occurrentium directio sit in eadem linea recta; indirectus autem vel obliquus appellatur, si corporum directiones angulum inter se contineant. De corporum conflictu directo, deinde de indirecto agemus.

III. Si corpora duo non elastica sibi invicem occurrant ad easdem partes, vel ad partes contrarias, in utroque casu post conflictum instar unius corporis progredientur; sed in primo casu, velocitas communis post conflictum erit æqualis quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ; in casu autem altero æqualis fiet differentię quantitatum motus ante conflictum divisæ per summam massarum: si nempe corporum massæ dicantur M, m , velocitates ante conflictum V, v , velocitas communis post conflictum erit 1.^o

$$\frac{MV + mv}{M + m} \quad 2.^o \quad \frac{MV - mv}{M + m}$$

Et quidem communem esse velocitatem post conflictum, seu corpora duo post conflictum instar unius corporis progredi, evidens est. Cum enim corpora illa ponantur omni elasticitate destituta; nulla est ratio, cur a se invicem resiliant vel separentur. Facile etiam patet in primo casu velocitatem communem æqualem esse quantitati motus ante conflictum per summam massarum divisæ. Etenim quan-

quantitas motus eadem manet ante & post conflictum; est autem quantitas motus productum ex massa in velocitatem; habebitur ergo velocitas, dividendo quantitatem motus ante conflictum per summam massarum. Simili ratione patet, in casu altero velocitatem æqualem esse differentię quantitatum motus ante conflictum per summam massarum divisę; cum enim eadem maneat motuum differentia ante & post conflictum, sitque quantitas motus ut factum ex massa in velocitatem, evidens est, ad habendam velocitatem id efficiendum esse, ut nempe differentia motuum a massis liberetur, quod fit dividendo per massas. Jam hujus secundi casus aliquas conditiones expendamus. Si massę & velocitates fuerint æquales, erit mv , — MV , ideoque $MV - mv = 0$; quare velocitas nulla est, & ambo corpora post conflictum quiescunt ... Si massę fuerint æquales,

quiescat autem massa m , erit $\frac{MV - mv}{M + m} =$

$$MV = V$$

$\frac{MV}{2M}$; corpora nempe post conflictum di-

midia velocitate progredientur ... Si massa M quiescat, sitque valde magna & fere immensa respectu massę m , erit $MV = 0$, ideoque velocitas post conflictum fieret $M'v$

$\frac{M'v}{M + m}$, ac proinde physice nulla ob massam M valde magnam.

IV. Ex demonstratis conflictuum legibus in corporibus omni elasticitate destitutis, facile colliguntur conflictuum leges in corporibus elasticis. Etenim si corpora omni

cla.

elasticitate careant, ex data velocitate communi post conflictum, & ex data corporum massa invenitur quantitas motus in unoquoque corpore post conflictum, quæ si conferatur cum quantitate motus ante conflictum, habebitur quantitas motus per conflictum acquisita vel amissa. Jam vero in corporibus perfecte elasticis quantitas motus acquisita vel amissa duplo major est; in corporibus autem imperfecte elasticis mutatio motus augetur in ratione vis restitutivæ ad vim compressivam, ex demonstratis. Quare corpora elastica considerentur primum tanquam omni elasticitate destituta; atque inveniat quantitas motus acquisita vel amissa; utraque duplo major fiat, si elasticitas fuerit perfecta; augeatur autem ita ratione vis restitutivæ ad vim compressivam, si imperfecta fuerit elasticitas, atque ita conflictuum leges pro quacunque elasticitatis hypothese determinare licebit. Has autem leges exemplis illustrabimus. Si corpora omni elasticitate destituta & æqualia ponantur, illorumque unum quiescat, post conflictum dimidiata velocitate ad easdem partes velut unum corpus progredientur, ut patet ex demonstratis. Quare corpus quiescens dimidiam motus quantitatem acquirit, quam amisit corpus incurrens. Jam si corpora sint perfecte elastica, duplo major fiat mutatio motus in unoquoque corpore; ergo corpus quiescens totam acquireret motus quantitatem, quam amitteret corpus incurrens, quod proinde quiescet.

Alterum consideremus casum, dum nempe corpora ad partes contrarias tendunt, & facilitatis causa ponamus corpora æqualia & eadem velocitate moveri. Si corpora non
fue-

fuerint elastica, ambo post conflictum quiescunt, ac proinde totam & æqualem motus quantitatem amittunt; verum in corporibus perfecte elasticis duplo major est mutatio; quare corpora perfecte elastica non solum amittere debent totam motus quantitatem secundum propriam directionem, sed contrariam & *negativam*, ut ita dicam, motus quantitatem acquirere; quare corpora ad partes contrarias a se invicem resilient æquali motus quantitate. Simili modo ad calculum revocari possunt aliæ quælibet motuum conditiones. Tandem si corpora fuerint imperfecte elastica, accuratissimis experimentis nota sit oportet ratio velocitatis respectivæ ante conflictum ad velocitatem respectivam post conflictum; atque in eadem ratione augeri debet mutatio motus. Observavit Newtonus, in globis vitreis velocitatem respectivam ante conflictum esse ad velocitatem respectivam post conflictum, ut 16. ad 15. Quare si in globis vitreis æstimari debeant conflictuum leges, hac proportionem utendum est. Cæterum in præcedentibus demonstrationibus corpora omni elasticitate destituta, & perfecte dura consideravimus; qualia fortasse nulla existunt in rerum natura. Verum hanc quæstionem ad alium articulum in Physicis progressu rejicimus. Interim patet, hanc hypothesim, falsam an veram, a nobis fingi potuisse, ut in corporibus elasticis conflictuum leges eruere liceret.

V. Demonstratæ hætenus conflictuum leges pendulorum ope ad experientiam revocari solent. Globus A vibrationes suas perficiat in circulo EAF, itemque B in circulo æquali GBH (*Fig. 21.*) moveatur, & arcum RA de-

descendendo, vel arcum ar ascendendo percurrat. Demonstravimus jam velocitates in puncto infimo A fore, ut sunt arcuum ascendendo vel descendendo descriptorum chordæ. Itaque effici facile potest, ut corpora, datis quibuslibet velocitatibus, inter se congrediantur; atque ex arcuum descriptorum chordis post conflictum invenitur velocitas acquisita vel amissa; atque ita per experientiam probari possunt conflictuum regulæ. Verum in instituendis hujusmodi experimentis calculo subduci debet aeris resistentia, quæ rem maxime turbat; in causa enim est, ut globus A descendens per arcum EA ex R, ascendendo per AF non percurrat arcum æqualem, nec iterum revertatur ad R, ut contingeret in vacuo, sed deveniat ad punctum aliquod V. Newtonus ad habendam velocitatem globi A descendentis in aere per arcum datum præscribit, ut sublato altero globo B, demittatur libere globus A ex aliquo puncto R, noteturque punctum V, ad quod post duas oscillationes regreditur; tum pars quarta arcus RV collocetur in medio in ST, ut RS & TV æquantur inter se, nimirum ut VT ad VR sit in ratione 3 ad 8. Quod quidem ita se habere ex constructione patet; nam

$$VR = 2 DV + \frac{1}{4} VR = \frac{8 TV + VR}{4};$$

ideoque $4 VR = 8 TV + VR$, & $3 VR = 8 TV$. His positis affirmant Newtonus, velocitatem in A globi decidentis ex S in aere eandem esse, quæ foret in vacuo, si globus caderet ex T. Eodem modo si globus post collisionem ascendit ad S, inveniendum est punctum V, ex quo libere demissus globus ipse A post itum & reditum ita ascenderet usque

usque ad r , ut esset $rs = tv$, & st quarta pars totius rv , sive quod idem est, ut rs sit ad rv in ratione 3 ad 8; affirmatque, velocitatem in A fore illam ipsam, qua in vacuo ascenderet ad t .

Hujus correctionis ratio facile patet. Nam RV est effectus resistentiæ aeris, qui in duplici illa oscillatione debetur binis descensibus & binis ascensibus, ideoque ejus pars quarta ST debetur soli descensui; hanc partem in medio collocat ad habendum medium quemdam effectum; cum nimirum bini illi descensus & ascensus non sint inter se æquales, sed primus ascensus ac secundus descensus, æquales inter se, medii sint inter primum descensum & secundum ascensum. Hæc correctio exhibet velocitatem proxime solum, non accurate, quæ nimirum in exigua aeris resistentia parum a vera abluere possit; nam ad veram velocitatem determinandam multo sublimior & adhuc incerta resistentiarum doctrina requiritur; sed in re præsentis tantæ subtilitates sub sensum non cadunt. Testatur autem Newtonus, se plurimis experimentis diligenter institutis invenisse experimenta ipsa doctrinæ hæcenus explicatæ omnino consentanea.

De corporum conflictu directo hæc pauca demonstrasse satis sit, ex quibus omnes conflictuum casus facile derivari possunt. Cæterum quæstionem metaphysicam de motus communicati causa paucis verbis hic iterum revocabimus. Affirmat Malebranchius motuum communicationem cum principiis physicis, aut cum aliqua corporum proprietate necessario conjunctam non esse; ita ut inter corporum duorum motum seu quietem nulla
ma-

major sit connexio, quam inter corporum figuram, colorem &c. Hinc concludit celeberrimus metaphysicus, corporis incurrentis motum causam physicam non esse, cur corpus percussum moveatur, sed totam motuum communicationem divinæ voluntati, illiusque immediatæ actioni referendam esse. Certum quidem est, voluntatem Creatoris, omnium naturæ effectuum ac proinde & motus communicati primam & supremam esse causam; verum quod asserit Malebranchius, inter mutuos corporum conflictus nullam majorem esse conjunctionem, quam inter illorum figuram, & colorem, id quidem parum accurate dictum est. Et certe corporis alicujus figura & color ad corporis alterius figuram coloremque nihil omnino conferre possunt. At si corpus aliquod in aliud incurrat, necessum est aliquam status mutationem contingere vel in corpore alterutro, vel in utroque corpore. Etenim cum partes corporum ob illorum impenetrabilitatem ex eodem loco sese excludant, corpus aliquod incurrens motus directionem persequi non potest, nisi corpus percussum moveatur; quod si corpus incurrens post conflictum quiescat, jam idem corpus statum mutat, transiens scilicet ex motu ad quietem. Quare oportet, ut in corporibus aliqua fiat status mutatio. Res alio exemplo confirmatur. Si corpora duo æqualia elasticitate destituta sese mutuo in partes directe oppositas æquali velocitate percutiant, ambo post conflictum quiescere ex illorum impenetrabilitate colligitur; ob eam rationem quiescere etiam debent corpora, si massa fuerint in ratione reciproca velocitatum. Quæ cum ita sint, ex ipsis corporum proprie-

prietatibus fluere videntur conflictuum regulae. Et re quidem ipsa ex vi inertiae atque ex actionis & reactionis aequalitate pendent omnes, quas tradidimus, conflictuum leges. Itaque nos quidem latet, qua vi aut virtute corpora motum inter se dividant; motus enim nihil in se reale est, sed tantum aliquis existendi modus, nec facilius intelligitur motus quam quietis communicatio; *virium, actionum* nomina adhibent plerique Philosophi, sed obscuris vocabulis rem implicant, non explicant. Concludendum ergo est, motuum communicationis principium metaphysicum ignotum nobis esse, ex corporum tamen proprietatibus pendere conflictuum leges, quas infinita sapientia ad fines in huiusmodi creatione propositos direxit & ordinavit omnipotens rerum omnium auctor & gubernator. Quamvis autem ex proprietatibus corporum pendere videantur percussione regulae, nemo tamen temerario inferat, leges illas omnino necessarias esse, & ab omnipotentis Creatoris voluntate nequaquam pendere. Etenim Deus corpora omnia totumque universum libere creavit & conservat, eadem pro arbitrio destruere, annihilare, ubi voluerit, iterum creare potest; ac proinde corpora omnia omnesque naturae leges infinitae Dei omnipotentiae subordinantur. Sed haec conferantur cum iis, quae de miraculis diximus in Metaphysica, atque etiam cum dicendis deinceps de essentialibus corporum proprietatibus.

VI. Indirectus corporum conflictus ad directum revocari potest. Sint corpora duo sphaerica A, & B, quae ex locis A, & B eodem tempore exeant secundum directiones AG, & BC (*Fig. 22.*) sitque velocitas corporis A ad
 velo-

velocitatem corporis B, ut AG ad BD. Describatur parallelogrammum ABHG, ducaturque DH. Centro G, & radio corporum A, B semidiametris æquali describatur arcus circuli, rectæ DH occurrens in L, I, agaturque LN parallela rectæ GA, itemque NR parallela rectæ GL: corporum duorum centra eodem tempore perveniunt ad puncta N, R, tumque corpora se mutuo tangent; nam ex triangulorum similitudine DN est ad NL, vel GR, ut DB ad BH vel AG, vel etiam ut velocitas corporis B ad velocitatem corporis A. Quare spatia BN, & AR, eodem tempore describentur, & corporum centra eodem tempore puncta N, & R attingent. Quia vero recta NR æqualis est semidiametrorum summæ NR; evidens est, corpora sese contingere, sibi que occurrere. Jam ducantur BM, AQ perpendiculares ad NR, erunt corporum conflictus iidem, ac si corpus A velocitate RQ occurreret corpori B velocitate MN secundum directionem NR. Etenim velocitates corporum A, & B sunt, ut rectæ AR, & BN. Præterea motus AR resolvi debet in duos AQ, & RQ, itemque motus BN resolvitur in duos BM, & MN; sed motus AQ, & BM secundum directiones parallelas nihil conferunt ad conflictum; quare corpora ambo in se invicem agunt non secus, ac si occurrerent sibi mutuo secundum directionem NR, cum velocitatibus RQ, MN. Itaque ex demonstratis patet, motus indirectos ad directos revocari, ideoque invenietur, ut ante, corporum velocitas post conflictum secundum hanc directionem; quo facto reperietur directio composita in hunc modum. Ponatur velocitas corporis A post conflictum =

Rg,

Rg (*Fig. 23.*) velocitas corporis $B = Nn$,
 sitque Rq æqualis & parallela rectæ AQ , item-
 que NI æqualis & parallela rectæ BM , com-
 pleanturque parallelogramma $RqAg$, $NIbm$,
 moveri pergent corpora A , & B post con-
 flictum per diagonales Rx , & Nb cum velo-
 citatibus Rx , & NB . Quoniam ergo motus
 indirectus ad directum revocatur, facile patet
 qua ratione conflictuum leges ac corpora ut-
 cunque elastica indirectis motibus in se invi-
 cem incurrentia transferri possint; varios ca-
 sus percurrere longius foret atque superfluum.

VII. Ad conflictuum leges referuntur et-
 iam quæ de corporum reflexione tractari so-
 lent. Sit MN (*Fig. 24.*) planum immobile,
 in quod perpendiculariter incidat globus F
 omni elasticitate destitutus; is post confli-
 ctum totam velocitatem amittet, ut ex di-
 ctis evidens est; cum nec in plano nec in
 globo quidquam sit, quod globum determi-
 net ad regressum; & præterea corporis pro-
 gressum ipsa plani immobilitas non permit-
 tit. Adveniat globus oblique per AC , & du-
 cta AD perpendiculari ad MN , complecto-
 que rectangulo $ADBF$, motus per AC com-
 positus intelligatur ex motibus AD & AF ,
 quorum alter AD vel FC elidetur a plano
 MN ; manebit autem alter AF vel DC ; ac
 proinde globus excurrat versus N , & æquali
 tempore percurrat $CE = DC$, quæ erit ad
 AC , ut cosinus anguli ACD ad radium. At
 si globus fuerit perfecte elasticus, in primo
 casu delatus per FC regredietur itidem per
 CF eadem velocitate, qua advenerat, ut pa-
 tet ex demonstratis de elasticitate perfecta. Si
 autem adveniat per AC , resolutio, ut ante,
 motu in motus duos AD , & DC , vel FC , &
 CE ,

CE, globus progredietur per diagonalem re-
ctanguli FCEB, in quo cum latera CE, &
EB, æquantur lateribus CD, & DA, & an-
guli ad E, & D sint recti; patet angulum
ACD, qui dicitur *angulus incidentiæ*, æqua-
lem esse angulo BCE, qui *angulus reflexionis*
appellatur. Si globus fuerit imperfecte ela-
sticus, & adveniat per FC, iam resiliet in
F, ea scilicet velocitatis parte, quæ per con-
flictum recuperatur; ita ut CF semper sit in
data ratione vis restitutivæ ad vim compres-
sivam. Tandem si globus oblique adveniat
per AC, servata velocitate per CE, & recu-
perata velocitatis parte per Cf vel Eb, resi-
liet per Cb, eritque angulus reflexionis ECb
semper minor angulo incidentiæ ACD. Hæc
omnia, quæ ex motuum compositione & re-
solutione facile colliguntur, vera sunt dun-
taxat, si ponantur conditiones quædam, nem-
pe si planum fuerit perfecte lævigatum, ita
ut mutuus partium attritus nihil officiat. Præ-
terea consideravimus corpora velut puncta,
aut etiam ea sphærica esse postulavimus, cum
sphæræ in unico puncto sese tangant. Ve-
rum si diversas corporum figuras considere-
mus, res est sane ardua & sublimioris do-
ctrinæ; at conflictuum leges exposuisse satis
sit in corporibus sphæricis, ex quibus vulgares
conflictuum & elasticitatis effectus licet in-
telligere. Tandem monendum superest, nul-
lam nos habuisse rationem exiguæ compres-
sionis, quæ in ipso globorum conflictu contin-
git: compressio enim & reflexio fiunt per
curvam quamdam; sed cum exiguus omnino
sit tactus ille, quo globi comprimuntur, hac
de causa nihil turbantur collisionum regulæ,
quas quidem experientia confirmat.

VIII.

VIII. Ex his omnibus, quæ in toto præ-
 senti capite explicavimus, nascitur quæstio
 de *viribus vivis* magna animorum conten-
 tione agitata ubique gentium. Leibnitius oc-
 casione arrepta ex corporum ascensu unifor-
 miter retardato hanc controversiam primus
 invexit, quam deinde corporum elasticorum
 collisione aliisque plurimis argumentis tueri
 conati sunt magni quidem viri. Cum vide-
 ret Leibnitius, corpus dupla vel tripla velo-
 citate projectum sursum ascendere ad altitu-
 dinem quadruplo vel noncuplo majorem,
 censuit distinguenda esse bina virium genera;
 illarum scilicet, quæ etiam sine motu ha-
 bentur, ut est vis gravitatis, vis elastica quæ
 meram pressionem gignunt, ubi oppositis vi-
 ribus impeditur motus; has vires idcirco vi-
 res *mortuas* appellavit, quo nomine eas se-
 cernere voluit a viribus in corpore motum
 aliquem habente admittendis, quarum effe-
 ctus sit ut velocitatis quadratum, easque id-
 circo vires *vivas* nominavit. Eandem vi-
 rium distinctionem ex corporum elasticorum
 collisione confirmant Leibnitiani; cum enim
 in globis elasticis in se invicem utcunque in-
 currentibus, productum ex quadrato veloci-
 tatis in massam idem inveniatur post colli-
 sionem, quod erat ante; inde inferunt, in
 corporibus esse aliquid, quod respondeat mas-
 sis ductis in quadrata velocitatum, quod il-
 læsum remaneat, & ab uno corpore in aliud
 transeat, vim scilicet vivam, quæ perpetuo
 conservatur. Mirum sane, quam multas hæc
 quæstio contentiones excitavit, aliis vires
 vivas æstimantibus ex massa & simplici ve-
 locitate, aliis ex massa & velocitatis qua-
 drato. Pro quadrato velocitatis Leibnitiani
 omnes

omnes in Germania steterunt, pro simplici
 velocitate Cartesiani in Gallia, Newtonia-
 ni in Anglia, apud Italos divisa studia.
 Verum quamvis inter celeberrimos viros et-
 iamnum hodie acrius ferveat philosophica lis
 illa, eam tamen in solo nomine positam ef-
 se, mihi facile persuadeo. Et quidem in
 memoriam revocandum est, quod sæpe sæ-
 pius monuimus, vis nomen ambiguum o-
 mnino esse, nullamque distinctam notionem
 habere, nisi effectum aliquem intelligamus.
 Itaque vis nomine nihil aliud clare signifi-
 cari potest nisi illa proprietas, qua fit, ut cor-
 pora ad motum concitata, vel obstacula supe-
 rent, vel iis resistent. Quo major est supe-
 rata obstaculi alicujus resistentia, eo major
 censetur vis, quo quidem vocabulo nulla en-
 titas corpori inherens intelligi debet, sed
 merum factum seu effectus. His jam explic-
 catis, corporum motibus opponi possunt tres
 obstaculorum species. Vel enim insuperabi-
 lia sunt obstacula, ita ut omnem qualemcum-
 que destruant motum; vel obstacula eam
 dumtaxat præbent resistentiam, quæ ad extin-
 guendum corporis motum satis sit, illumque
 statim extinguit, ut fit in æquilibrio; vel
 tandem obstacula paulatim & per gradus mo-
 tum destruunt, ut fit in motu retardato.
 Quia autem obstacula insuperabilia motum
 omnem sistere valent, ad corporum vires
 æstimandas nihil conferre possunt; itaque
 superest ut virium mensuram aut in æquili-
 brio aut in motu retardato investigemus.
 Quod æquilibrio spectat, motus quantita-
 tes æquales esse consentiunt omnes, ac pro-
 inde vires in hoc casu ex sola velocitate æ-
 stimandas esse, fateantur necesse est. Neque
 etiam

etiam repugnat, in motu retardato vires ex motus quantitate æstimari. Etenim si vis nomine intelligatur resistantiarum summa, quam obstacula quælibet corporum motibus afferunt, jam nulla difficultas esse potest; & quidem evidens est quantitatem motus amissam tempore infinitesimo esse ut productum ex resistantia in tempus infinitesimum, ac proinde resistantia tota est ut productorum illorum summa, sive ut tota quantitas motus amissa. Porro virium notioni convenientissimum est, vim corporum hoc modo æstimare; nullam enim obstaculi ideam habemus, nisi quatenus resistit, ac proinde resistantiarum summa sive quantitas motus amissa quæ eidem resistantiæ proportionalis est, considerari potest tanquam obstaculum superatum, ac proinde vires vivæ hoc modo consideratæ ex producto massæ in velocitatem æstimari debent. At si nomine vis vivæ intelligatur alter effectus, puta numerus obstaculorum, quæ superantur, jam alia prodit virium mensura. Etenim ponamus, globum aliquem projici in elastrorum seriem velocitate duplo, triplo majori; in primo casu elastrorum compressorum numerus erit quadruplo major, in casu secundo erit major noncuplo; & ita deinceps, quod facile patet; nam quo majus est spatium percursum, eo major est elastrorum quæ in spatio continentur, numerus, ac proinde numerus elastrorum est, ut spatium percursum, hoc est, ut quadratum velocitatis. Itaque patet, totam quæstionem huc revocari; an vires vivæ æstimari debeant ex primo, vel secundo effectu, nempe ex ipsa resistantiarum summa, vel ex ipso obstaculorum numero. Præterea observandum est, effectum ali-

Jacq. T. IV.

I

quem

quem majorem longiori tempore produci. Ita si diversis velocitatibus in exemplo præcedenti projiciantur globi contra plura elastra, globus qui dupla velocitate projicitur, quatuor elastra comprimit, sed longiori tempore scilicet duplo, ac proinde mirum non est, quod dupla velocitas tempore duplo effectum quadruplum producere debeat. Pari ratione corpus sursum projectum velocitate duplo majori ad quadruplam altitudinem ascendit, sed tempore duplo. Hæc ergo altera est quæstionis ambiguitas, an scilicet in virium effectibus æstimandis haberi debeat ratio temporis, vel non; hæc autem considerationes a Physicorum arbitrio omnino pendent. Hac facta distinctione & accurate constituta definitione, jam omnibus quæ proponi solent, argumentis statim parata est responsio. Neque immorandum est principio, quod *virium vivarum conservationem* appellant; nempe in globorum elasticorum conflictu productum ex quadrato velocitatis in massam invenitur idem ante & post collisionem. Principium illud ex sola elasticitatis natura atque ex actionis & reactionis æqualitate unice pendet. Et quidem si globi non fuerint perfecte elastici, velocitatum quadrata ac proinde & vires non servantur. Hanc quæstionem *logomachia* laborare non solum demonstrant ratiocinationes jam explicatæ, sed magis ac magis manifestum fiet, si rem ita consieremus; nempe corpus vel tendit dumtaxat ad motum obstaculo aliquo impeditum, vel revera movetur velocitate uniformi, vel denique illius motus obstaculo aliquo retardatur; ac tandem omnino extinguitur; in his omnibus casibus diversus est effectus a corpore productus, corpori

pori tamen nihil novi accedit, sed illius actio dumtaxat varie applicatur. Itaque dum dicitur, vim corporis in certis casibus esse ut velocitatem, in aliis ut quadratum velocitatis, nihil aliud significatur, nisi effectum in quibusdam casibus esse ut velocitatem, in aliis autem ut quadratum velocitatis; atque etiam probe notanda est *effectus* significatio, quæ ut plurimum vaga est, & definitione indiget. Et quidem in tribus enuntiatis casibus effectus vocabulum diversam habet significationem; in primo casu solam tendentiam exprimit; in secundo spatium dato tempore descriptum & constans designat; in tertio tandem casu spatium usque ad motus totius extinctionem percursum denotat; in his autem casibus singulis nulla habetur ratio temporis, quo actio consumitur. Accurate ergo notandum est corporis *tendentiam* ad motum, prout est diversimode applicata, varios producere effectus, quorum alii sunt velocitati, alii autem velocitatis quadrato proportionales. Ex his patet, quo sensu intelligi debeat vulgatissimum axioma: *causæ suis effectibus sunt proportionales*: obicure quidem enuntiatum est axioma illud, cum eadem causa diversos effectus producere valeat. Igitur ita restringi debet hæc propositio, ut nempe effectus causis suis proportionales sint, si causæ eodem modo agant; quod quidem probe observandum est; persæpe enim fit ut principium illud, quod est omnino inutile vel saltem vago modo expressum, incautos Philosophos in paralogismos adducat. Hæc satis dicta sint de celeberrima controversia, quæ licet superflua omnino, & inter *legomachias* rejicienda videatur, præstantissimis utilissimisque operibus occasionem dedit.

A P P E N D I X.

De quibusdam Capitis præcedentis utilitatibus.

I. **D**E corporum descendendum motu uniformiter accelerato in præcedenti capite sermonem habuimus. Ex demonstrata accelerationis lege statim intelligitur, quantus debeat esse corporis ex alto delapsi impetus, quem quidem maximum esse oportet in minimo etiam corpore, dummodo tamen maxima sit descensus altitudo. Hic igitur prætermittendum non est luculentissimum divinæ providentiæ argumentum; cum enim minimæ aquæ guttulæ, levissimique nivis flocculi aut grandinis globuli ex alto cœlo delabantur, durissimas etiam cervices nostras tanta vi facile frangerent, nisi Deus optimus maximus, opposita aeris resistentia, nostræ conservationi providere voluisset. Maximam fluidarum particularum percussionem vulgarissimo experimento exhibere solent Physici. Tubus vitreus aliqua ex parte aquam continet, pars autem superior aere vacua est; tubus hoc modo comparatus manu agitur, ita ut aqua ad partem tubi superiorem ascendat & deinde in fundum recidat. Aqua fundum percutiens minima licet quantitate & ex minima altitudine, lapidis ictum sonumque imitatur, atque tubus paulo vehementiori manu succussus in frusta dissilit, qui vix levissimum ictum excipit, si aerem contineat. Id autem, oblata occasione, pro religioso institutionum nostrarum fine breviter observatum sit.

Quam-

Quamvis autem tales nobis proponamus erudiendos auditores, qui non armorum strepitum, sed religionis pacem amare debent explicatae tamen doctrinae in arte *ballistica* five *tormentaria* utilitatem exponere licebit. Sit AL altitudo ex qua grave descendens, velocitatem acquireret projectionis velocitati æqualem; tempore, quo grave descendit per AL (*Fig. 25.*) percurreret motu uniformi spatium duplum ipsius AL, puta AI. Erit autem, ex antea demonstratis, EQ ad AL, ut quadratum temporis per EQ, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AE ad quadratum temporis descensus per AL, quod idem est ac tempus motus æquabilis per AI, ideoque ut quadratum AE ad quadratum AI, sumptisque AL, AI, AV continue proportionalibus, hoc est, sumpta AV quadrupula ipsius AL, erit rectangulum ex AL, & AV æquale quadrato ipsis AI; ac proinde ductis extremis & mediis habetur $EQ \times AL \times AV = AL \times AE^2$, five $EQ \times AV = AE^2$, & $AV : AE = AE : EQ$; quare rursus patet gravia horizontaliter vel oblique projecta Parabolam describere. Ex hac demonstratione tota pendet ars ballistica, atque ad facilem usum comparari poterunt tabulae, quarum ope data vi pulveris pyrii, datisque loci feriendi distantia & altitudine, invenietur elevatio *Mortarii*, five quod idem est, angulus quem directio globi tormentarii efficit cum horizonte.

Nihil hac in re brevius & elegantius legitur, quam quod tradidit D. De Maupertuis in Mon. Paris. an. 1731. hoc fere modo; rem analytice exprimamus. Sit $AE = t$, $EA = z$, $AL = a$, ideoque $AV =$

I 3

4a;

$4a$; erit $EA \times AV = 4az$, & $AE^2 =$
 tt , ac proinde habetur æquatio ad Parabola-
 lam $t^2 = 4az$. Jam vero Parabola AQ ad
 lineam horizontalem AB facile refertur. Li-
 nea *Jactus* AE , ut vocant, sive directio
 mortarii cum horizonte AB datum efficit
 angulum, cujus tangens dicatur n , sitque
 $AH = x$, $PM = y$; sumpto AH pro ra-
 dio $= 1$; erit AH ad HE , ut radius ad
 tangentem, ac proinde $HE = nx$. Igitur
 $EQ = EH - QH = nx - y$, & AE^2
 $= AH^2 + HE^2$, hoc est, $tt = xx + nnxx$.
 Quare si in prima æquatione $tt = 4az$, lo-
 co tt & z , substituantur præcedentes valo-
 res; habebitur $nnxx + xx = 4nax - 4ay$.
 Jam hujus formulæ usum consideremus. Da-
 ta sit distantia horizontalis loci feriendi AC
 $= b$, ejus altitudo $CP = c$, in præceden-
 ti æquatione erit $x = b$, & $y = c$. Qua-
 re mutabitur in hanc $nn + bb = 4nab -$
 $4ac$. Hinc per radicum extractionem & vul-
 gares æquationum regulas facile invenitur
 directio mortarii $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4a^2 -$
 $4ac - b^2}$, ubi signum $+$ designat signum posi-
 tivum vel negativum; ac proinde patet, du-
 plicem esse posse mortarii directionem. Et-
 enim sive adhibeatur signum $+$, sive $-$, re-
 stitutus quadratis, eadem redit æquatio. Si lo-
 cus P sit in horizonte, jam evanescit PC ,
 ideoque $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa - bb}$. Si locus P
 sit infra C , erit $n = \frac{2a}{b} \pm \frac{1}{b} \sqrt{4aa - +$
 $4ac - bb}$. Si data sit directio mortarii, erit,
 $a = nn \frac{bb + bb}{4c}$; quare invenietur veloci-

tas *projectionis*, seu vis pulveris pyrii. Itaque patet, ad usum ballisticæ artis faciles expeditasque tabulas imperitis etiam militibus parari posse ope hujus formulæ, quæ quidem ipsa sola continet, quidquid in magnis voluminibus scriptum invenitur, atque eam ob causam prætermittere nolui hoc elegantissimum problema ex primis Algebræ principiis facile intelligendum. Cæterum in doctrina ballistica hætenus explicata nullam aeris resistentis habuimus rationem, quam expertissimi quidam viri considerandam esse affirmant, alii vero negant. Quare in hac interperitissimos etiam viros opinionum varietate nova experimenta diligentius iteranda esse, censeo. Porro hoc quidem certissimum est, resistentiam maxime minui, si globus missilis sub exiguo volumine maximum pondus continet; ac proinde in hoc casu experimenta ad doctrinæ veritatem magis accedunt.

II. In hoc ipso capite pendulorum doctrinam explicavimus; hæc autem est maxima pendulorum utilitas, ut accuratam exhibeant temporis mensuram. In motu quærendam esse temporis mensuram, demonstravimus in *Metaphysica*. Si motus sit uniformis, spatii descripti partem accipimus pro unitate, & deinde æquales ejusdem spatii partes consideramus. Tempus, quod hoc modo per motum uniformem metitur, tempus *medium* & *uniforme* appellamus; at tempus *apparens* & *verum* dicitur externa quælibet & sensibilis per motum temporis mensura, qua vulgus vice veri temporis utitur, ut hora, dies, mensis, annus. *Æquatio temporis* vocatur differentia inter tempus verum & tempus medium. *Æquabilem* censent Astronomi

diurnum communem motum, qui ex diurna terræ revolutione circa proprium axem oritur; at inæquale est temporis intervallum inter binos appulsus Solis ad Meridianum; illud autem temporis intervallum *diem astronomicam* vocant. Sit S. Sol (*Fig. 2.*), AB portio orbitæ telluris, linea MD repræsentet Meridianum aliquem, cujus planum productum transit per centrum Solis, dum tellus versatur in A. Progrediatur deinde tellus in sua orbita per arcum AB ad B; interea dum completur una telluris revolutio circa axem, completa revolutione Meridianus MD perveniet ad situm md priori MD parallelum; ideoque Meridianus in hoc statu nondum per Solem transit, neque incolis, qui sub Meridiano illo degunt, fiet meridies, sed oportet ut Meridianus dm motu angulari feratur, describatque angulum dBf, donec Meridiani planum per centrum Solis transeat. Exinde fit, ut dies solares una telluris revolutione circa axem longiores sint.

Si Meridianorum plana ad orbitæ terrestris planum normaliter insisterent, & tellus æquabili semper motu orbitam suam percurreret, post peractam a Meridiano aliquo revolutionem, ob md, & MD parallelas, angulus dBf esset æqualis angulo BSA, & arcus df similis arcui AB; atque, ob tempora semper æqualia, arcus AB, ac proinde angulus dBf esset sibi semper æqualis; ideoque dies omnes solares æquales essent, tempusque apparens cum medio congrueret. At res longe aliter se habet; inæqualis enim est telluris velocitas, quæ in motu annuo est reciproca, ut perpendicularum ad tangentem demissum, ex antea demonstratis. Præterea Meridia-

no-

norum plana non sunt ad Ecclipticam, sed ad
 Æquatorem normalia. Sola hæc causa, dempta
 etiam terrestris motus inæqualitate, dierum inæ-
 qualitatem produceret; nam Eccliptica efficit
 cum Æquatore angulum $23^{\circ} \frac{1}{2}$; si autem di-
 vidatur Eccliptica in exiguos arcus æquales
 qui Solis iter, posito ejus motu uniformi,
 singulis diebus repræsentent, ductis per Po-
 los mundi, & per singula divisionum puncta
 circulis Meridianis, æquales non sunt Æqua-
 toris arcus his Meridianis comprehensi; ac
 proinde nec æquale semper est temporis in-
 tervallum inter binos appulsus Solis ad Me-
 ridianum. Hic autem pro commoditate,
 majorique facilitate, modo telluris, modo
 Solis motum adhibemus; res enim perinde
 se habet quoad motum apparentem.

Quæ cum ita sint, etiamsi fingamus So-
 lem uniformi motu in Eccliptica progredi,
 non tamen per binos appulsus Solis ad Me-
 ridianum definiri potest tempus medium.
 Itaque adhibent Astronomi fictitios quosdam
 dies inter se æquales, & inter longiorem,
 breviorumque diem medios; quod ut effi-
 ciant, numerum horarum, quibus Sol in
 Eccliptica defertur, considerant, tempusque
 totum in tot dividunt partes, quot sunt ho-
 ræ, quarum 24 diem integram constituunt.
 Quoniam autem nullum novimus in natura
 corpus, quod motum perfecte æquabilem
 conservat, qui tamen motus solus idoneus
 est ad dies, horasque æquales connotandas,
 fingunt Astronomi aliquod sidus, quod in
 Æquatore versus orientem semper incedat,
 & motum suum nusquam intendat aut re-
 mittat, sed uniformiter Æquatorem percur-
 rat eodem tempore, quo Sol Ecclipticam

videtur describere. Talis sideris motus tempus æquale & verum repræsentabit, ejusque motus in Æquatore diurnus esset $59' 8''$, qualis scilicet est medius Solis motus in Eccliptica; ac proinde dies æqualis & medius per appulsum hujus sideris ad Meridianum definitus, æqualis erit tempori, quo tota circumferentia Æquatoris, seu gradus 360 per Meridianum transeunt, & insuper $59' 8''$, hoc autem additamentum idem semper maneret, ac proinde dies omnes medii inter se æquales erunt. Cum ergo Sol inæqualiter secundum Æquatorem orientem verius promoveatur, aliquando citius hoc sidere Meridianum attinget, aliquando serius ad eundem appellet. Hæc differentia ea ipsa est, quam *temporis æquationem* appellavimus; hac autem aliquando ablata, aliquando addita, evidens est tempus medium revocari ad verum, & viceversa verum ad medium. Porro hæc æquatio excurrit per $31'$ partim hinc, partim inde, ita ut inæqualitatum omnium summa quadrantem horæ superet dimidio minuto. Itaque dierum astronomicorum inæqualitatem explicavimus.

Ejusdem generis inæqualitas habetur etiam inter binos appulsus ad horizontem, quod temporis intervallum diei italicæ durationem definit; sed in hac temporis mensura multo major est inæqualitas ob multo majus discrimen inclinationis Ecclipticæ ad horizontem. Hic apud nos Romæ harum dierum tanta est inæqualitas, ut tres horas superet, atque inde fit, ut horologium, quod æquabili motu feratur, accurate referre non possit per totum annum nec astronomicas & communes Europæ horas, nec Italicas, sed

sed accelerari debeat identidem & retardari, vel inde jam promoveri, jam retrahi; sed hoc incommodum in communi Europæ horologio multi minus est, quam in Italico. Hic autem, data occasione, prætermittenda non est sæpius renovata ab imperitis hominibus controversia de horologii Italici cum Astronomico consensu, & de hora meridiei quæ in hoc stabilis est, in illo variabilis; dierum inæqualitatem non perpendunt hi pertinacissimi viri, quod indoctorum hominum vitium est, & ab infantia ipsas horas considerarunt tanquam certam quamdam & constantem mensuram, quæ 24. vicibus repetitam diem compleat. Inde autem fit, ut crasse errent, & in conciliandis italicis astronomicisque horis sese varie impliceant. Illud tandem adjiciendum, stellarum fixarum regressum ad Meridianum, & ad quemvis cœlestis sphaeræ circulum eodem quam proxime fieri tempore, quo diurna revolutio peragitur; cum stellæ proprios motus perquam exiguos habeant, ita ut in singulis conversionibus discrimen ab æquabili diurni motus intervallo sentium omnem penitus effugiat; sed motus illos deinde explicabimus in Astronomia. Explicata temporis æquatio non solum adhibetur ab Astronomis, sed etiam ad ordinanda in usu civili horologia usurpatur. Hinc intelligitur, qua de causa pendulum, quod tempus medium demonstrat, non consentiat cum Sole, qui tempus verum indicat, sed modo citius eat, modo tardius. Eadem de causa mirari minime debemus, quod horologia etiam affabre elaborata cum horologiis solaribus non conveniant; hinc *Solem dicere falsum* audent Astronomi. Hæc

pauca indicasse satis sit; quæ subjecto Tyronum oculis terrestri vel cœlesti globo debent explicari.

III. Horologia pendulis instruere primus omnium docuit Hugenus in opere immortalis: *De horologio oscillatorio*; quod quidem præclarissimum inventum eximiam hujus capitis utilitatem satis demonstrat; pauca igitur de horologiorum structura & ex præcedentibus facile colligenda hic adjungam. Pendula horologiis ita communiter aptari solent. Rota, quam vocant *occursus*, horizontaliter volvitur, ac proinde *librator* supra rotam extenditur, ejusque *pinna* duæ, quarum plana angulum rectum comprehendere solent, ita denticulis inferuntur, ut pinna altera denticulo impellatur, dum opposita a suo denticulo se eximit; id autem facile obtinetur, si rota numerum imparem denticulorum habeat, & libratoris axis per centrum rotæ transeat. Facilitatis ergo consideremus horologium duabus tantum rotis instructum; prima seu inferior rota 120 denticulos habere ponatur, eaque duas circulationes intra horam fingatur absolvere; hæc ergo æquivalebit rotæ denticulorum 240. Secunda rota habeat rotulam denticulorum 5; dum quinque denticuli majoris rotæ transeunt, unam circulationem secunda rota absolvet. Jam per divisionem inveniendum est, quoties quinquarius numerus contineatur in 240, *quotiens* erit 48; quare intra horam secunda rota circulationes 48 absolvet. Ponatur autem, secundam rotam constare 35 denticulis, quorum quilibet duas vibrationes efficit, cum bis libratores attingat; quare singulis circulationibus efficiet vibrationes 70.

Jam

Jam multiplicetur numerus 70 per 48, habebuntur 3360 vibrationes simplices intra horam. Calculus perinde se habet, si eadem manente rota inferiori 120 denticulorum, mutantur rotula, & secunda rota. Itaque prima rota sit denticulorum 120, quæ duas circulationes intra horam efficiat, ideoque æquivaleat rotæ denticulorum 240; rotula secunda sex habeat denticulos; dividatur numerus 240 per 6, quotiens erit 40; quare secunda rota quadragesies intra horam rotatur; habeat autem denticulos 45; & quia, ut jam dictum est, denticulus quilibet singulis circulationibus bis libratores attingit, duplicetur is numerus, fientque 90, quæ multiplicentur per 40, & habebuntur vibrationes simplices intra horam 3600, hoc est vibratio quælibet simplex minutum secundum æquabit.

Simili ratione initur calculus pro alio quolibet rotarum numero. Instructum ponatur horologium rotis tribus, quarum prima dentes 112 habeat, secunda rotula dentes 7, rota secunda 60, rotula seu axis tertiæ rotæ habeat denticulos 8, rota occurfus 15; hoc modo habebitur vibrationum numerus. Dividatur 112 numerus denticulorum primæ rotæ quæ singulis horis semel circumvolvitur, per 7, nempe axem secundæ rotæ, invenietur rotam secundam intra horam decies sexies circumvolvi; habet autem hæc rota denticulos 60; quare multiplicentur 16 per 60, invenientur 960; ideoque intra horam 960 denticuli rotæ secundæ transeunt, qui numerus dividendus est per 8, axem tertiæ rotæ, quæ proinde 120 circumvolutiones absolvet. Habet autem hæc rota 15 denticulos,

qui

qui vibrationes simplices 30 perficiunt; quare multiplicentur 30 per 120, invenientur vibrationes simplices 3600, quarum una minuto uni secundo æquivalebit.

Ex his omnibus intelligitur praxis horologiorum artificibus vulgatissima; quærunt scilicet numeros, qui exprimunt, quoties numerus dentium rotæ alicujus denticulos rotæ alterius contineat; illos autem numeros *exponentes* vocant. Itaque ex demonstrata pendulorum doctrina determinari debet numerus vibrationum penduli dati, quo tempore rota aliqua circulationem unam absolvit; quod quidem facile habetur, cum sit numerus vibrationum dato tempore peractarum in ratione subduplicata inversa longitudinis penduli. Numerus vibrationum inventus dividatur per 2, quotiens erit productum ex omnibus exponentibus; sive quod idem est, duplum productum ex singulis exponentibus æquatur numero vibrationum penduli, durante una rotæ inferioris revolutione, ut ex dictis evidens est. Itaque si construendum proponatur pendulum aliquod rotis instruendum, primo notum esse oportet numerum vibrationum penduli, quo tempore rota una suam circulationem perficit; tempus illud ponatur unius horæ, pendulumque ad minuta secunda suas oscillationes componat, ita ut singulæ vibrationes sint minuti unius secundi, seu pars

$\frac{1}{3600}$ unius horæ. Itaque interea dum rota

semel circumvolvitur, pendulum absolvet vibrationes 3600, qui numerus erit duplum productum ex singulis exponentibus. Quare si exponentes dicantur r, s, t , erit 3600

$\equiv 2rst$, ac proinde $1800 \equiv rst$. Quia vero exponentes r, s, t , sunt quantitates indeterminatæ, patet id effici posse, ut nempe rota occurfus eundem circulationum numerum dato tempore conficiat, mutatis rotarum axiumque dentibus, dummodo productum ex singulis exponentibus maneat. E. G. Ponamus horologium pluribus instructum rotis, quarum una denticulos habeat 48, dentibus 8 donata sit rotula, cujus axi affixa sit rota dentibus 40 instructa, habeatque rotula dentes 6, & illius axi inferatur rota dentium 36, quæ cum rotula dentium 6 connectatur; cum hac rotula jungitur tympanum vel rota occurfus; numerus circulationum rotæ occurfus, intereadum prima rota circulationem unam absolvit, e-

erit $\frac{48}{8} \times \frac{40}{6} \times \frac{36}{6} = 240$; Si autem alii adhibean-

tur numeri $\frac{64}{10} \times \frac{50}{8} \times \frac{36}{10} = 240$, alia prodit ro-

tarum series priori æquivalens. Ex his paucis derivari possunt plurima ad praxim utilissima. Cæterum unusquisque facile intelligit, explicatam rotarum combinationem non solum valere in majoribus horologiis pondere appenso sollicitatis, sed etiam in horologiis portatilibus, quæ elastro aliquo moderantur. Hæc autem omnia subjecto auditorum oculis horologio exponi debent.

C A P U T II.

De extensione & reliquis inde pendentibus corporum proprietatibus.

SUB duplici ratione considerari potest extensio, vel quatenus est *sensibilis*, seu *physica*; vel quatenus est notio *abstracta*, seu *metaphysica*. Extensio primo modo considerata est effectus certa corporum actione in organis corporeis productus, quo fit ut corporum superficies tactu percursæ, plures a se invicem diversas partes seu varias partium distantias nobis repræsentent. Extensio considerata quatenus est notio *abstracta*, est ipsa notio materiæ a qualitatibus sensibilibus, & quibuscumque limitibus per mentem separatæ. Hæc altera extensionis species ad *Metaphysicam* proprie pertinent, & spatii *imaginarii* nomine generatim venire solet. Si autem spatium undequaque expansum certis corporum distantis, atque intervallis restringamus & limitemus, spatium illud determinatum dicitur *vacuum*. Itaque duplex extensio rursus intelligi potest *penetrabilis* & *impenetrabilis*. Extensio penetrabilis seu vacuum, illa est quæ corpora admittit; impenetrabilis autem vel *soliditas*, quæ corpora excludit. Evidens autem est *figuram* nihil aliud esse, quam diversam partium extensionem diversumque ordinem, ac proinde id idem caput referri potest corporum *figurabilitas*. Quare totum caput illud in quatuor articulos dividemus. 1. Erit de extensione penetrabili. 2. De impenetrabili. In 3. de corporum figurabilitate differemus. In 4. tandem explicatis

catis octo universalibus corporum proprietatibus, de corporis natura ultimum articulum adjungemus.

ARTICULUS I.

De extensione penetrabili.

I. **C**ertissimum est nullam extensionis etiam penetrabilis notionem sine corporum interventu, sine tactu & motu nos acquirere. Etenim fingamus hominem sensuum omnium facultatibus præditum, qui tactus organum in unicam dumtaxat materiæ portionem sine ullo motu exercuerit, extensionis notione careret talis homo, eamque acquirere inciperet, ubi primum moveretur. Et re quidem ipsa, corporis alicujus extensionem non cognoscimus, nisi tactus organo ipsam corporis superficiem continue & successive percurramus. Neque satis est, ipsam corporis superficiem moveri, interim quiescente organo, ipsum quoque organum moveri necessum est. Etenim per motum extra propriam existentiam, ut ita dicam, crumpimus, objecta externa agnoscimus, illorum dimensiones, distantias novimus. Ad extensionis notionem ita necessario pertinet motus, ut existente etiam unica atomo extensionis notionem possemus acquirere, si tactus organum moveretur, & successive ab illa atomo in diversis punctis afficeretur; etenim organi motus, & *impressionis successive* continuitas ipsam atomum veluti multiplicat atque extendunt.

Re quidem vera extensionis sensatio per visus organum nobis etiam advenit, oculus am-

amplissimum spatium, ad quod tactus non pervenit, longe lateque amplectitur, instrumentorum ope maximas etiam objectorum distantias metitur. Verum id fieri non potest, nisi oculus tactu fuerit edoctus, quod quidem demonstrat exemplum cæcinati, qui ablata cataracta oculorum usum acquisivit. Hanc historiam narravimus & explicavimus in Metaphysica, ubi de extensionis & spatii notione plura tradidimus. Id ergo comperitum est, sine tactus exercitio nullum de objectorum dimensionibus, formis, distantis, extensione fieri posse iudicium. Neque extensionis ideam formare quis posset, etiamsi objectorum imagines in fundo oculi delineatas moveri fingamus; hi enim apparentes motus simplici *successionis* notioni originem præberent, non secus ac faceret tonorum vel odorum series, quæ successive auditus vel olfactus organa afficeret; sed nulla motus realis, ac proinde & extensionis notio nasci posset. At tactus organum in ipsam materiam immediate agit, dimensiones, formasque corporum sentit, & quamdam experitur resistentiam, quam ad aliquid extra nos existens referre cogimur.

II. Quamvis extensionis notio ex ipsa corporum existentia ducat originem, immerito tamen inde colligeretur, nullam esse extensionem corpore vacuam, seu penetrabilem. Hac de re magno animorum æstu in scholis disputatur. Vacui existentiam negabant Peripatetici, possibilitatem negant Cartesiani. Ab utraque tamen Philosophorum secta longe differunt Leibnitiani, qui nullam *realem* extensionem admittunt, sed extensionem quamlibet velut merum *phenomenon*, rerumque

que coexistentium ordinem arbitrantur. Hanc opinionem, quam in Metaphysica jam explicavimus, variis in locis opportune revocabimus. Porro licet sensuum testimonio circa hanc quæstionem nihil omnino definiri possit, vacuum tamen existere ostendunt rationes validissimæ. Ad præsentem articulum pertinent conclusiones duæ.

CONCLUSIO I.

VALIDISSIMIS RATIONIBUS PROBATUR VACUUM.

I. Fingamus, nullum existere vacuum; corpora omnia sunt æqualiter plena, seu eandem materiæ quantitatem continent sub eodem volumine, quod quidem fateri coguntur, qui vacuum negant. Demonstravimus autem, pondera quantitibus materiæ proportionalia esse; igitur sub eodem volumine idem pondus habent corpora singula, quæ proinde forent ejusdem gravitatis specificæ; sed absurdum est, aurum, levissimamque plumam ejusdem dici gravitatis specificæ; diversissimas corporum gravitates específicas, ideoque & vacuum demonstrant experimenta.

II. In Physica notissimum est jam antea a nobis descriptum experimentum, quo nempe corpus quodlibet in vacuo Boyliano æqualibus temporibus æqualia spatia percurrit, sive idem corpus in amplissimum volumen extendatur, sive in angustissimum redigatur. Illud vero experimentum demonstrat, non solum aerem hauriri, sed etiam illius loco nullum aliud fluidum succedere. Etenim
quo-

quodcumque fit fluidum illud ; quo major est corporis superficies , eo plures fluidi particulae corpori descendenti resistunt , ac proinde corpus , mutata utcumque superficie , eadem non descenderet velocitate ; imo corpora sibi libere relicta per aerem non descenderent ; aer enim foret ejusdem gravitatis specificæ cum corpore immerso , quod proinde aeri innataret . Hujus argumenti vis tota intelligetur , explicata deinde fluidorum doctrina : interim vero experimentis comper- tum habeatur , idem corpus majori , vel minori volumine donatum per idem fluidum eadem velocitate non descendere ; imo quiescere , si eandem cum fluido habeat gravitatem specificam .

III. Demonstravit Newtonus , motum globi intra fluidum æque densum delati , ob ipsam fluidi resistantiam totum amitti eo

tempore , quo globus percurreret $\frac{8}{3}$ diame-

tri suæ partes . Hæc quidem demonstratio ad difficiliorem fluidorum doctrinam pertinet ; interim tamen evidense est , & experientia compertum , fluida densissima corporum motibus maxime resistere . At si nullum admittatur vacuum , jam fluida omnia talem habent densitatem , qua nulla major esse possit . Itaque a multis retro sæculis perturbatus , atque extinctus omnino fuisset globorum coelestium motus , qui tamen certa , perpetuaque periodo absolvitur . Alia quidem plurima afferri solent argumenta , sed hæc pauca omnium validissima seligere satis sit , ex quibus tandem sic concludere licet . Admittendum est vacuum , quod experimenta , phæ-
nome-

nomenaque coelestia demonstrant ; atqui &c. Ergo.

Objic. Admittere non repugnat fluidum aliquod subtilissimum , quod corporum omnium poros libere permeet , quod proinde in *campanam pneumaticam* , extracto aere , succedat , nullumque vacuum permittat . Neque etiam repugnat , fluidum illud esse omnis gravitatis expers . Etenim quid prohibet , fluidum aliquod concipi sine conatu , vel *tendentia* ad centrum terræ ? Hanc vim in subtilissimis flammæ , lucisque particulis minime observamus . Hinc Cartesiani ita argumentantur : ad demonstrandum vacuum diversam corporum gravitatem specificam maxime jactant , qui vacuum admittunt ; atqui in prædicta hypothese ratio illa evanescit omnino ; ergo &c. Resp. C. Maj. D. Min. Talis hypothesis fictitia omnino est , & philosophandi regulis contraria C. hypothesis illa philosophica est , & philosophandi regulis consentanea . N. Quare N. Conf. Commentitium illud fluidum e cultiori Physica proscribendum esse , jam demonstravimus , ubi sermo fuit de vorticibus Cartesianis . Et re quidem ipsa hujus argumenti pondus gravissimum ita senserunt recentiores Cartesianæ hypotheseos reformatores , ut vacuum admittere non dubitarent . Quod spectat flammæ , lucisque materiam , tantilla est illarum gravitas , ut nullo experimento conspicua esse possit , omnemque Physicorum diligentiam longe fugiat . Hæc autem levitas , quæ *relativa* est duntaxat , nostræ conclusionis veritatem apprime confirmat ; inde enim evincitur , lucis particulas nihil fere materiæ continere , ac proin-

proinde & vacuum existere. Id rursus facili
 ratiocinatione intelligere licebit. Tanta est
 radiorum solarium velocitas, ut totum illud
 vastissimum spatium, quod Solem inter, no-
 strumque globum expanditur, brevissimo se-
 ptem, vel octo minutorum intervallo per-
 currat; quod quidem demonstrant suo dein-
 de loco referendæ observationes astronomi-
 cæ. Jam vero fingamus, minimam materiæ
 portionem, quæ sub experimentis cadere
 possit, in delicatulum visionis organum tan-
 ta, & fere immensa velocitate incurrere,
 unico ictu solverentur omnino delicatissimæ
 oculorum partes & in pulverem redigeren-
 tur: recordandum enim est, vires corporum
 esse, ut productum ex quantitate materiæ
 in velocitatem, aut in quadratum velocita-
 tis. Quare cum ex perpetuo radiorum sola-
 rium fluxu offensionem nullam patiantur
 oculi; hinc patet exiguam omnino esse, &
 fere nullam in radiis solaribus materiæ quan-
 titatem. Id vero magis, ac magis manife-
 stum fiet comparatione instituta cum mini-
 mis globulis vi pulveris pyrii explosis, quo-
 rum tanta vis est, ut non solum homines,
 sed urbium quoque muros disjicere, & solo
 æquare valeant. Tandem fatendum est,
 nulla severa demonstratione ostendi posse ta-
 lis fluidi impossibilitatem, cum ignota nobis
 sit intima corporum natura. Verum in hisce
 dumtaxat proprietates consideramus, illasque
 ad humanæ societatis utilitatem transferre
 conamur. Quare etiamsi tale fluidum libe-
 ralius concedamus, quod tamen philosophan-
 di legibus repugnat, nobis perinde est, ac si
 nullatenus existeret; ideoque de hoc inutilis-
 simo fluido nihil curare debent Physici, qui

mut-

SECTIO II. PARS I. CAP. II. 215r
*multa scirent utilia, si non discerent supe-
flua.*

Inst. 1. Ad explicandam motuum coelestium perpetuitatem atque constantiam, radiorum solarium exemplo iterum utuntur Cartesiani. Et quidem solares radii sine ullo impedimento, sine perturbatione ulla se se mutuo decussant, & secundum qualibet directionem intersecant. Fingamus ergo, planetas in simili fluido deferri, jam nullam resistantiam patientur; ponamus nempe, fluidi coelestis particulas omni tenacitate & inertia esse destitutas, nullum errorem experientur coelestes motus, ideoque evanescit alterum vacui argumentum. Unde sic argumentantur: non repugnat hypothesis illa quæ radiorum solarium exemplo confirmatur; atqui &c. Ergo . . . Resp. N. Min. Ad illam objectionem eadem fere est, quæ ad præcedentem, responsio. Etenim quod solares radii sine ulla perturbatione sese mutuo trahant, id repetendum est ex illorum incredibili fere subtilitate & materiæ quantitate fere infinite parva. Hæc ergo summa radiorum mobilitas & directionis cujuscumque facilitas ipsum vacuum demonstrant. In hac objectionem fingitur fluidum omni inertia & partium tenacitate destitutum; quod quidem fingere non minus absurdum est & philosophandi regulis contrarium, quam corpus aliquod gravitate spoliare.

Inst. 2. Non repugnat extensionem merum esse phænomenon, nullamque extensionem revera existere. Leibnitianam hac de re hypothesim in Metaphysica jam explicavimus: si nempe res plures tales sint, ut diversas in organis sensoriiis impressiones,
di-

diversasque in nobis excitent ideas; jam res illas consideramus tanquam plures, ideoque extra se invicem existentes. Ex illa diversitatis notione per sensus & maxime per organum tactus acquisita nascitur notio extensionis. Pari modo quod corpus determinatam repræsentet figuram, magnitudinem, motum, id fit non quod res ita se habeat, sed nihil aliud significatur nisi corpus tale esse, ut illas nobis excitet ideas quas experimur. Unde sic argumentari licet: nulum existit vacuum, si extensio merum sit phænomenon; atqui hæc hypothesis non repugnat, cum nos lateat intima rerum natura; ergo &c. . . . Resp. D. Maj. Si extensio *sensibilis* merum sit phænomenon, hoc est, si mere *idealis* sit, nihilque *realitatis* extra mentem habeat, C. Maj. Si extensio merum sit phænomenon, hoc est, si nihil *substantialitatis* habeat, non sit tamen merum nihil, N. Maj. D. Min. N. C. Brevius explicari debet hæc objectio, quæ deinde in meliori lumine collocabitur, ubi sermo erit de corporis natura. Cartesiani dividunt corporum proprietates in *absolutas*, seu *primitivas*, & in *relativas*, seu *secundarias*. Proprietates absolutas dicunt illas, quæ ad tactum pertinent, extensionem imprimis & soliditatem; reliquas vero, quales sunt odores, colores, sapes, soni &c. relativas appellant. Arbitrantur nimirum, proprietates absolutas eo modo in corporibus existeret, quo nobis repræsentantur. At proprietates relativas tales esse, affirmant, ut certam ad nostras ideas habeant relationem, vi cujus tales ideas constanti lege in nobis excitant, ita ut tamen res longe aliter se habeat, ac nobis

nobis apparet. Verum alii subtiliores Metaphysici omnes omnino corporum proprietates æque relativas esse existimant, ignotam profus nobis esse intimam corporis naturam asserunt, nullamque proinde afferri posse accuratam definitionem, sed a nostro dumtaxat cognoscendi modo desumptam. Quod ut intelligatur, diligenter notandum est, ideas nostras proprietatibus illis similes omnino esse non posse, ut externæ hominis figuræ pictura est similis; nam horum utrumque & substantiale est & æque materiale; at idea ad mentem pertinet, nihilque substantiale aut materiale habet, quale est ideæ objectum; quare hoc similitudinis genus ne in ideis quidem per tactus organum excitationis haberi potest. Deinde notandum est, talem in omnibus ideis ad objecta ipsa haberi relationem, ut ab iisdem objectis eodem modo applicatis eadem in nostra mente excitentur ideæ; quod quidem in nostris institutionibus metaphysicis fuse explicavimus. Itaque Philosophi illi nullum inter sensibiles corporum qualitates statuunt discrimen, easque considerant tantum velut actionem, quam corpora certis legibus in sensuum nostrorum organa exercent, ex qua sensatione certa idea in mente excitatur. Sed quidquid sit de variis illis Philosophorum placitis ad examen deinde revocandis, interim evidens est, hanc objectionem nostræ conclusioni minime contrariam esse, si probe recordemur cultioris Physices scopum; consideramus nempe sensibiles corporum qualitates, quatenus sunt effectus ad nos & humanæ societatis utilitatem referendi. Porro manifestum est, in hoc sensu negari non posse extensionem, *sensibilem*.

Jacq. T. IV.

K

lem

lem scilicet, quidquid sit de extensionis natura; sed *neſtrum non eſt tantas componere lites*. At obſervandum eſt cum *Idealistis* confundi non debere Philoſophos, qui extensionem velut phænomenon habent. Et quidem *Idealistæ* corpora exiſtere negabant, noſtraſque omnes ſenſationes perpetuum errorem eſſe ſomniabant. Ab hac autem infania, quam in *Metaphyſica* confutavimus, longe abſunt prædicti Philoſophi, qui corpora exiſtere admittunt, & ex ipſa partium coexiſtentia extensionis notionem oriri, affirmant. Eodem nimirum ſenſu extensionem phænomenon appellant, quo color phænomenon dici ſolet. In hac hypotheſi evaneſcere, & ſubmoveri omnino videtur tota de *vacuo & pleno* controverſia. Cùm enim ex ſpatii & extensionis notione hæc quæſtio originem habeat, tota huc revocatur, an ſcilicet exteſio & ſpatium ſint realitates quæ aliquid ſubſtantialitatis habeant, an vero in ſimplici partium coexiſtentium ordine conſiſtant. Si quæſtio ita explicetur, jam tota cadit; cum plenum & vacuum mera ſint phænomena. Itaque inveſtigari non debet, utrum exiſtat plenum aut vacuum, ſed potius inſtituenda eſt quæſtio, an per phænomenon vacui aut per phænomenon pleni naturam nobis poſſimus repræſentare. Imo cum hic agatur de natura, non prout eſt in ſe, ſed quatenus nobis apparet; non repugnat, vacui & pleni phænomena ſimul exiſtere, ſi non in eodem caſu, ſaltem in caſibus diverſis. Et re quidem ipſa pari jure nobis repræſentare licet extensionem ex partibus *ſimilaribus* & ſine ulla vi compoſitam, vel conſtantem ex partibus diſſimilaribus & vi aliqua præ-

di-

ditam. In primo casu leibnitiani vacui, in altero autem pleni notionem formamus. Hæc autem explicatio conferri debet cum iis quæ de spatio & extensione diximus in Metaphysica. Cæterum hæc omnia, quæ incautis nullisque attentionis hominibus frivola videri possent, utilissima tamen esse atque gravissima in appendice demonstrabimus.

Inst. 3. Si vacuum existeret fingamus, jam nulla est ratio, cur corpora hunc vel illum locum occuparent; cum enim similes sint atque uniformes singulæ spatii partes, sine ulla ratione sufficiente ad Orientem vel Occidentem locata fuissent corpora, atque hinc in hypothese vacui creationis impossibilitatem arguunt Leibnitiani, cum Deus sine ratione nil facere possit. Unde sic argumentantur: admittenda non est opinio illa, quæ receptissimo rationis sufficientis principio repugnat; atqui &c. Ergo ... Resp. N. Maj. In effectibus materialibus admittendum quidem esse rationis sufficientis principium ostendimus in Metaphysica; at in effectibus liberis locum habere non posse, ibidem demonstravimus. Porro creatio mundi pendet ab omnipotenti Dei voluntate quæ est suprema & ultima rerum creatarum ratio. Itaque principium illud in effectibus liberis etiam humanis rejiciendum omnino est; imo in effectibus etiam materialibus parce admodum adhiberi debet; neque tantam, quam Leibnitiani prædicant, utilitatem habere potest; cum enim nos ut plurimum lateat rerum sufficiens ratio, firmissima non sunt argumenta, quæ ex ratione sufficiente desumi solent. Principium istud adversus nostram conclusionem minime valere certissimum est;

dum enim vacuum admittimus, de spatii natura nobis prorsus ignota nihil pronuntiare audemus, atque satis nobis est rejicere *plenum Cartesianum*, neque aliquid affirmare volumus de obscurissima controversia, an plenum & vacuum pro phænomenis haberi debeant, ut explicavimus in præcedenti responsione. Igitur probe observandum est discrimen inter hypothese[m] Cartesianam & Leibnitianam; hæc ultima tum plena, tum vacuum ut mera phænomena judicat, neque hæc opinio iisdem laborat difficultatibus quibus obnoxia est Cartesianæ hypothesi. Ita adversus plenum Cartesianum objici solet motus impossibilitas, cujus quidem objectionis non tanta est vis quanta in vulgariis Physicorum libris jactatur; at in Leibnitiana hypothesi nulla est omnino. Dum enim dicunt Leibnitiani, corpus aliquod data velocitate datum spatium percurrere, motus & spatii nomine non intelligunt realitatem aliquam in rebus existentem, sed dumtaxat ideam confusam, quam mobilis perceptio diversæque coexistentiæ ordo in animâ produciunt. Hoc modo interpretandum esse ajunt celebratissimum Zenonis argumentum de Achille & Testudine. Et quidem minus verisimile existimant eo insaniæ unquam devenisse aliquem, ut motum, prout est phænomenon, negatum potuerit, eumque a Zenone negatum fuisse opinantur in eo dumtaxat sensu, quod notiones spatii, loci, temporis motusque sensibilis velut imaginarias haberit. Cæterum tantum abest ut ex hac rerum physicarum obscuritate tantaque opinionum varietate aliquid utilitatis præclarissimæ huic scientiæ detrahi possit; quin contra

tra hinc derivari possint utilitates maximæ, quas in appendice demonstrabimus.

CONCLUSIO II.

CORPORA OMNIA INNUMERIS PORIS PERTUSA ESSE DEMONSTRATUR.

I. Corpora omnia etiam ponderosissima infinitis propemodum poris seu foraminibus cribata esse, manifestum est exemplo crystalli. Nulla in crystalli superficie assignari potest pars vel minima quæ non sit eximie pellucida. Hæc autem pelluciditas summa intelligi nequaquam potest, nisi ad opposita superficierum puncta radius lucis pateat facilis transitus. Hinc evidens est crystallum non solum innumeris poris scatere, sed nihil fere materiæ omnino solidæ continere. Inde autem ad examen revocari potest auri porositas; notum enim est experimentis, pondus auri esse ad pondus crystalli sub eodem volumine ut 8 ad 1; quare quantitas materiæ in auro est ad quantitatem materiæ in crystallo ut 8 ad 1, ideoque aurum licet sit corporum omnium quæ nobis nota sunt, ponderosissimum, nihil fere habet materiæ, ac proinde infinitis propemodum poris pertusum est. Et quidem si aurum redigamus in tenues lamellas eaque microscopio contemplemur, non solum apparent pellucidæ, sed variis modis implexæ innumerisque meatibus hiantes observantur. Simili ratione argumentando a *fortiori*, ut dicunt, demonstratur multo magis porosa esse corpora alia.

II. Præcedens demonstratio satis quidem esset; sed afferre non abs re erit experimen-

ta nonnulla quæ utilissima esse possunt. Durissima etiam marmora a fluidis plurimis penetrantur, a spiritu vini, a spiritu terebinthinæ. Parare docuit clariss. Dufaius in Mon. Paris. ann. 1728 & 1732 liquores plurimos, qui compactissimos quoque lapides facile pervadunt suaque relinquunt vestigia. Hinc si liquores illi variis tingantur coloribus, atque in aliqua superficie ducantur lineamenta, per varia lapidis strata ad oppositam usque superficiem liquorum vi transmitti poterit, imago quælibet suis picta coloribus. Notissima est Physicis perspiratio insensibilis quæ a primo observatore Sanctorio, nomen *Sanctorianæ* retinuit; ex octo alimentorum libris quas aliquis uno die fumeret, quinque circiter hic apud nos, ætate vegeta, vita commoda, victu moderato, per transpirationem elabuntur; hujus tamen transpirationis copia major vel minor est pro regionum varietate diversaque cœli temperie. Omnium animalium cutis scatet vasis innumeris, quorum aliqua *absorbentia*, alia *exhalantia* vocantur; Hæc vascula quæ sub squamulis *epidermidis* oblique patent, tantæ sunt subtilitatis ut computante Leenvvenhockio in spatium unius arenæ globulo non majori hient, plusquam 125000 hujusmodi meatus. Hi, *absorbentes* scilicet, subtilissimis particulis ingressum; isti autem, nempe *exhalantes*, exitum permittunt. Ex hac corporis humani porositate intelligitur balneorum usus, per totam corporis superficiem introductis aquæ particulis ad sanguinem usque, cujus moleculas nimium coherentes dividunt, & ad circulationem faciliores reddunt. Hæc summa porositas in arboribus plantisque omnibus ob-

fer-

servatur; vegetabilia omnia e terræ gremio per poros suos succum nutritium hauriunt & per totam substantiam quaquaversum propagant. Legenda sunt pulcherrima hac de re experimenta quæ habuit clariss. Halesius in *Statica vegetabilium*.

Neque prætermittenda est ovorum porositas, ex qua trahi potest utilitas non exigua. In suprema ovi recens exclusi superficie videre est substantiam quamdam lacteam; hæc autem progressu temporis evanescit per ipsos corticis poros elapsa, atque hinc ova nutritioni minus fiunt idonea, & tandem corruptioni obnoxia. Ut autem hæc materia fervetur integra ovaque a putredine liberentur, hoc remedium excogitavit Reaumurius. Ovi putamen adipe ovina, vel etiam *vernice*, ut vocant, facta ex spiritu vini, ex omni parte imbuunt; hoc artificio materiæ lacteæ exitus præcluditur, & ova per plures menses integra servari possunt, non secus ac si recens fuerint exclusa; quod quidem in longinquis navigationibus in primis utile esse potest.

In vulgaribus Physices institutionibus describitur atramentum quod *simpaticum* vocant. Hoc autem modo parari solet. Lythargyri uncia una sumatur, quæ cum aceti distillati unciis quinque vel sex misceatur; ubi autem acetum lythargyro probe saturum est, illud per chartam de more percoletur. Hoc liquore qui *acetum saturni* a Chymicis appellatur, utendum est ad exarandos characteres, quos non magis conspicias quam si aqua scripseris; verum si adhibeatur liquor alius mox dicendo artificio comparandus, jam characteres pulchre fiunt conspi-

K 2. cui.

cui. Itaque capiatur auripigmenti unica una, quæ cum calcis vivæ unciis duabus misceatur, mixturæ immittatur aqua, habebitur liquor alter, quo imbuenda est charta aliqua characteribus antea descriptis imposita, centum etiam interpositis chartarum foliis; statim hujus liquoris particulæ multa permeant chartæ folia, & characteres qui antea oculos fugiebant, præclare nigros legemus atque mirabimur.

Ex descriptis experimentis patet, innumeris poris pertusa esse dura cujuslibet speciei corpora; unum dumtaxat in corporis fluidis experimentum afferre satis erit. Fluidorum porositas inde facile colligitur, quod fluida quædam se invicem imbibant. Si intra tubum in quo oleum vitrioli continetur, certa infunditur aquæ quantitas & volumina respectiva notentur, mixtione facta atque fermentatione sedata, volumen invenitur justo minus. In aliis mixtionibus plurimis idem se expertum fuisse testatur Muskenbroekius; sed generatim fluidorum omnium porositas ex diversa eorum gravitate specifica facile patet. Itaque ex his omnibus sic concluditur: admittenda est summa illa corporum porositas, quam capta in omni corporum genere experimenta demonstrant; atqui &c. Ergo.

Objic. Si corpora omnia innumeris poris pertusa sunt, jam absoluta corporum pondera non cognoscimus; ignota enim est materiæ quantitas, ac proinde & ignotum pondus quod materiæ quantitati proportionale est: atqui id repugnare videtur. Ergo &c....
Resp. C. Maj. N. Min. Nullum inveniri potest corpus perfecte solidum, quod quidem

dem si invenire liceret, jam innotesceret quantitas materiæ in singulis corporibus, illorumque proinde pondus absolutum, conferendo scilicet datam aliquam materiæ portionem cum pari volumine diversorum corporum. Quamobrem cum tali corpore perfecte solido careamus, superfluis conjecturis indulgent otiosi Philosophi, qui fictitiis hypothesebus materiæ quantitatem determinare conantur; imo totum hoc universum ex materiæ quantitate valde exigua constare probabilissimum est, & præjudicatas hac de re vulgi opiniones demonstrabimus, ubi sermo erit materiæ subtilitate....

Inst. I. Si tanta sit corporum porositas, in errorem nos perpetuo inducerent sensuum organa, falsisque sensationibus nos perpetuo deciperet Deus; atqui hæc illusio divinæ veracitati repugnat: Ergo.... Resp. N. Maj. Plurimæ sensuum fallaciæ per ratiocinationem philosophicam ad examen revocari atque emendari possunt, nec sensibus temere credendum est: *Non est judicium veritatis in sensibus*; inquit S. Augustinus. Itaque Deus ad sensuum errorem nos minime cogit. Præterea superbissimos sese ostendunt Philosophi, qui humanas cognitiones ultra justos limites longius extendunt; pauca admodum novimus in rebus philosophicis; atque in hac cognitionum nostrarum imbecillitate non violatur divina veracitas, sed contra maxime commendatur optimi numinis infinita bonitas, cui placuit eas tantum hominibus concedere cognitiones, quæ ad justas vitæ hujus utilitates, & ad finem ultimum, vitam scilicet æternam perducere possunt.

Inst. II. Si corpora tot poris pertusa sint, jam per omnium corporum poros perpetua effluerent corpuscula, per ipsos quoque corporis humani poros necessaria ad vitam fluida erumperent; atqui hæc perpetua effluvia repugnant omnino. Ergo &c. Resp. N. Min. Re quidem vera ex singulis corporibus perpetua exeunt effluvia, quæ quidem ponderis jacturam aliquando demonstrant, interdum autem nullam, pro varia effluviorum subtilitate. Hanc effluviorum tenuitatem fere incredibilem ostendunt corpora odorifera, quæ per plures annos, absque ullo quod observationibus & experimentis conspicuum esse possit, ponderis detrimento, subtilissimas emittunt particulas, quibus organi olfactorii papillas pungi atque vellicari necessum est. Quod autem per corporis humani poros necessaria ad vivendum fluida non erumpant, id repetendum est ex diversa fluidorum pororumque figura, cujus eam oportuit esse varietatem, ut in sani corporis statu necessariis fluidis exitum prohiberet. Itaque rursus semperque laudanda est divina bonitas, quæ admirabilem corporis nostri structuram ita composuit ut vivere possemus, & quantum ipse Deus vellet, viveremus, ad immortalem vitam deinde transaturi.

A R T I C U L U S II.

De extensione impenetrabili.

I. **I**mpenetrabilitatem jam definivimus eam corporis proprietatem, qua fit, ut singula corpora omnibus aliis corporibus undequaque prementibus resistant, & quandiu ali-

aliquem occupant locum, corpora alia ab eodem loco excludant. Porro hic sermonem habemus de impenetrabilitate *sensibili*, qualem per contactum sese manifestat. Non desunt quidem doctissimi viri, qui nullam accuratam continuitatem, aut soliditatem admittunt; omnemque contactum immediatum excludunt. Censent ergo materiam omnem & corpora constare punctis prorsus indivisibilibus & inextensis, quæ puncta semper a se invicem distent aliquo intervallo quod imminui quidem possit in infinitum, sed non possit auferri sine punctorum penetratione; putant scilicet puncta illa prædita esse quibusdam viribus, quas *repulsivas* appellant; vires nempe illæ imminutis in infinitum distantis augentur in infinitum, ac proinde puncta in minimis distantis cogunt a se invicem recedere, donec tandem in certa distantia adhuc tamen minima nullæ sint, tum directionem mutant, & mutato nomine dicantur *attractivæ*. In hac igitur hypothesis punctorum vires crescunt atque decrescunt, mutataque directione migrant ex attractivis in repulsivas & contra. Illa tamen puncta viribus attractivis & repulsivis donata firmissimas possunt massas constituere, ubi nempe posita sunt in iis a se invicem distantis, in quibus imminuta vel tantisper distantia ingens habetur vis repulsiva, distantia autem aucta ingens habetur vis attractiva. Itaque ex harum virium natura oritur impenetrabilitas, non ex immediato contactu. Porro quamvis in hac opinione nullus sit contactus immediatus, existit tamen contactus *physicus* & *sensibilis*; tantillæ e-

nim sunt punctorum distantia, ut omnem sensuum subtilitatem longe fugiant. De hoc argumento iterum oblata occasione breviter nobis dicendum erit; quia vero minima punctorum intervalla sub sensu non cadunt; res omnes perinde se habent quoad effectus phyficos quos quidem in nostris institutionibus unice considerandos nobis proponimus; hinc de impenetrabilitate sensibili & physica dumtaxat hic sermo est.

II. Hanc impenetrabilitatis seu soliditatis speciem perpetuo experimur; siue enim quiescamus, siue moveamur, continuo deprehendimus alia corpora, quibus nostrum corpus innititur, resistere, & resistendo impedire, ne telluris superficiem profundius penetremus. Dum quotidiana necessitate corpora contrectare cogimur, resistantiam manu sentimus, atque ex hac resistantia originem habent explicatae antea conflictuum leges. Hæc proprietas corporibus omnibus competit; siue fluida sint, siue firma, siue dura & fixa, seu mollia & facile mobilia; fluida enim in vasculis conclusa atque compressa resistantiam ostendunt, ne quidem excepto aere fluido tenuissimo. Quamobrem licet sensu tactus illam non deprehendamus resistantiam, nisi in materiae partibus, quæ possunt tactus organum afficere; tamen, per analogiam naturæ, hanc eandem resistendi vim ad corpora subtiliora sensibus impervia transferre licet. Cæterum patet, hanc corporum proprietatem cum vi inertiae conjunctam esse, & ex ea pendere: atque hinc intelligitur ratio, cur præter vulgarem consuetudinem ultimo loco tractatum sit de extensione impenetra-

netrabili, atque etiam de penetrabili, cujus notionem ex ipsa impenetrabilitate haurimus atque derivamus.

III. Ex hætenus explicatis manifestum est, impenetrabilitatem sive soliditatem a corporum duritie longe distinguendam esse, quod quidem non satis accurate præstiterunt aliqui. Et quidem durities est firma quædam partium connexio saltem *sensibilis*, qua fit ut partes illæ ægre divelli possint, & molem quamdam constituent, cujus figura difficulter mutatur. At soliditas, de qua hic agimus, mollioribus durisque corporibus competit. Nec confundi debet soliditas geometrica cum soliditate physica. His gradibus progrediuntur Geometræ. Corpora primum considerant simul cum sensibilibus eorum proprietatibus a quibus deinde abstrahunt, & tandem corpora velut quamdam extensionis penetrabilis, divisibilis, & figuratæ portionem contemplantur. Itaque corpus geometricum nihil est aliud, quam extensionis pars aliqua undequaque terminata. Tres hujus extensionis dimensiones generali velut prospectu primum spectamus; verum ad facilius determinandas proprietates singulas, unicam deinde separamus dimensionem, longitudinem scilicet, alteram postea adjungimus, nempe latitudinem & superficiem consideramus, tandem tres dimensiones simul, hoc est, totam soliditatem complectimur. Hinc facile refellitur duplex censorum genus. Alii sunt Sceptici, qui inconcussa Mathematicos theoremata labefactare conantur, eaque falsis hypothefibus, commentitiis nempe lineis & superficiebus innixa esse obgannunt. Alii sunt imperiti quidam Physici, qui

qui veritates geometricas velut superfluis abstractionibus fundatas fastidiosè traducunt. Ad hunc ipsum articulum referri potest celeberrima in scholis controversia de extensionis divisibilitate in infinitum; hæc quæstio nobis videtur *logomachia* aliqua laborare; quod quidem in disputationibus plurimis per sæpe contingit. Dum disputant Philosophi de extensionis divisibilitate, vel rem intelligunt de extensione *abstracta* & *geometrica*, vel de extensione *physica*, & de qualibet materiæ portione. Rursus autem divisibilitas illa vel est *geometrica*, hoc est, in qualibet extensione concipi possunt & revera existunt partes numero infinitæ, vel divisibilitas illa est *physica* & *actualis*, ita ut extensio quælibet in infinitum dividi possit. Hic est celeberrimæ quæstionis status, jam partes singulas explicabimus.

IV. Physicam & actualem extensionis divisibilitatem in infinitum locum habere non posse evidens est; cum experimentis certissimum sit post certum divisionum numerum sensibus nostris evanescere omnino extensionis phænomena, ita ut subtilissimis etiam organis sese subducatur. Si quæstio sit de extensione *physica* & de qualibet materiæ portione, jam tota res pendet ex philosophicis litibus, quæ adhuc sunt sub iudice. Etenim cum ignota nobis sit intima corporum natura, certo asserere non possumus corpora ex simplicissimis inextensisque particulis esse composita; in hac autem opinione manifestum est, materiam non esse in infinitum divisibilem. At si eam teneamus aliorum Philosophorum sententiam, quæ materiæ portionem quamlibet etiam minimam velut continuam

tinuam & extensam admittit; jam certum est, materiam esse in infinitum geometricè divisibilem. Itaque tota quæstio pendet ex corporis natura, quam quidem in ultimo Physices articulo, quantum patitur rei obscuritas, meditabimur, nostramque ignorantiam fateri non dubitabimus. Interim sit

C O N C L U S I O.

EXTENSIO QUÆLIBET IN INFINITUM GEOMETRICÈ DIVISIBILIS. DEMONSTRATUR.

I. Extensio quælibet geometricè considerata nullas habet partes determinatas; cum enim tota extensionis geometricæ notio in sola partium coexistentium conjunctione posita sit, indeterminatus omnino est partium illarum numerus, nec extensionis notionem ingredi debet. Itaque pro arbitrio assumi potest partium numerus, nempe fingere licet, in extensione aliqua contineri decem, vel mille partes &c. prout pars aliqua pro unitate adhibetur; ita linea aliqua duas continebit partes, si pars dimidia pro unitate habeatur, decem, vel mille partes habebit, si pars decima, vel millesima usurpetur pro unitate. Quare cum unitas illa sit omnino indeterminata, indeterminatus etiam erit partium numerus, quem proinde numerum in seriem infinitam abire concipi potest. Igitur extensio continua erit geometricè divisibilis in infinitum.

Hanc eandem ratiocinationem in qualibet corporum dimensione obtinere evidens est. Et quidem corpus triplici dimensione prædictum suos habere debet limites, atque termi-

nos

nos alioquin finitum non foret, atque determinatum. Igitur corpus habere debet reales limites, qui binas tantummodo habeant dimensiones in longum, & latum. Etenim utcunque exigua profunditas assumatur, ejus pars interior ad terminum, seu limitem pertinere non potest. Is autem terminus latitudine sola, & longitudine præditus dicitur *superficies*. Item superficies quævis finita suum habere debet terminum, qui simili argumento latitudine careat, & is dicitur *linea*. Eodem pacto lineæ terminus erit *punctum* nulla extensione præditum. Igitur superficies, linea, punctum non sunt materia, seu corpus, sed meræ corporis affectiones, quæ sine ipso, & per sese subsistere non possunt, nempe haberi debent tanquam termini, & limites materiæ *reales* quidem; neque a nostra imaginandi vi pendet quod dimensiones finitæ terminum aliquem, seu limitem habeant, qui ad ipsas non pertineat. Itaque nec superficies erit pars corporis, nec linea pars superficiei, nec punctum pars lineæ, sed realis terminus; nec proinde corpus repetitione, & suprapositione superficiei, nec superficies repetitione lineæ, nec linea repetitione puncti, sed ductu quodam continuo generabitur. Hinc statim patet, binas quasque superficies vel in unica coalescere, & congruere, vel corpus aliquod triplici dimensione præditum intercipere, binas lineas intercipere superficiem, bina puncta intercipere lineam: nec ullam proinde superficiem superficiei, lineam lineæ ita proximam esse, aut punctum puncto ita vicinum, ut nihil mediæ distantiae intersit, Ita si corpus, quæ continuum concipiatur, & solidum, sectione quadam plana secetur; evi-

evidens est, alteram sectionem priori ita proximam fieri non posse, ut nihil corporis inter ipsas sit, sed nova sectio vel aliquid intercipiet, vel cum priore penitus congruet. Intervalli autem hujus medium aliquod erit, quod nimirum cum neutro extremo congruere potest, ne ipsa itidem extrema congruant, intervallo omni sublato. Quare dimidii intervalli rursus haberi potest pars dimidia, & ita deinceps in infinitum, ac proinde habebitur necessario divisibilitas in infinitum.

II. Eandem extensionis divisibilitatem in infinitum evincunt argumenta geometrica innumera. Infiniti numero duci possunt circuli, alii aliis majores, qui eandem rectam, & se invicem contingant in unico puncto, ideoque in infinitum dividere possunt finitum intervallum, quod inter tangentem, circumque minimum intimum comprehenditur. Inter easdem parallelas duci possunt parallelogrammi, alii aliis longiores in infinitum, exiguo utcumque parallelogrammo æquales. Ex longissimæ cujusvis lineæ rectæ divisionibus quotcumque agi possunt lineæ parallelæ, ita ut extremæ transeant per extrema puncta rectæ cujusvis utcumque exiguæ, quam omnes secabunt in totidem æquales partes, quot partes illa longissima recta habebat, nec unquam exhauriatur exiguum illud intervallum, quod semper superest, nec rectæ congruent. Alia ejusmodi sexcenta adhiberi solent, quæ vim habent summam, & severam demonstrationem efformant pro spatii, & extensionis divisibilitate; si enim continua realisque extensio admittatur, jam superficies, linea, punctum non sunt mentis nostræ figmenta, sed realis extensionis reales termini.

ni. Nihil tamen ex Geometria petatum evidentius, faciliusque demonstrat extensionis divisibilitatem in infinitum, quam illud Geometris notissimum, quod nempe datis binis rectis possit semper inveniri tertia continue proportionalis post ipsas. Si enim assumatur recta quævis utcunque parva, tum alia utcunque magna, quæ illam contineat vicibus quotcunque, semper invenietur tertia post hanc, & illam, quam hæc totidem vicibus contineat, ideoque continebit hæc tot partes, quot libuerit; & quemadmodum nullus erit limes, ultra quem augeri non possit hæc magna linea, ita nullus itidem erit, ultra quem illa tertia imminui non possit.

Hæc quidem argumenta ex primis Geometriæ elementis desumpta sunt; sed iis quoque consulendum, qui rebus geometricis haud assueti demonstrationum evidentiam facile non percipiunt; quare libet argumentum unum physicum ex motu petatum proferre. Si extensum constaret ex indivisibilibus, æque veloces forent motus omnes, nec minus spatium eodem tempore percurreret segnissima testudo, quam velocissimus cursor. Etenim non posset testudo minus spatium eodem temporis puncto percurrere; indivisibile enim ponitur spatium temporis puncto indivisibili descriptum, ac proinde cum repugnet indivisibile alio indivisibili minus, spatium minus a testitudine percurri repugnat, quare spatium æquale describet. Idem dicendum de alio quovis tempore, ac proinde spatia æqualia ab utroque semper describentur, & cursor velocissimus non plus conficiet spatii, quam testudo tardissima, quod est absurdum.

Plu-

Plurima alia ejusdem generis absurda ex eadem indivisibilium hypothese colliguntur ; verum quæ dicta sunt , sufficiant . Cæterum evidens est , præcedentes demonstrationes valere etiam pro materiæ divisibilitate , si materia continuam extensionem habere ponatur . Etenim singulis spatii partibus singulæ respondebunt materiæ partes , quæ proinde non secus , ac spatium , erunt in infinitum divisibiles . Verum in hypothese Leibnitianorum , & aliorum Philosophorum , qui inextensa , & simplicissima materiæ puncta admittunt , jam materia non erit divisibilis in infinitum , & ideo hanc nostram conclusionem de sola extensione enuntiavimus .

Objic. Si extensio divisibilis esset in infinitum , in quovis extenso existeret numerus partium infinitus , quo posito maximum sequeretur absurdum . Nam si numerus partium infinitus in quovis extenso daretur , nullus haberi posset motus , ne quidem per minimum spatium , cum in minimo spatio numerus partium sit infinitus . Ergo &c.

Resp. N. Sequelam Ant. & Cons. Quamvis numero infinitæ sint spatii percurrendi partes , eæque nonnisi tempore aliquo a mobili percurrri possint ; illæ tamen partes non sunt finitæ magnitudinis , sed infinite parvæ , hoc est , ut vocant , *infinitesimæ* . Hinc , ut percurrantur , non egent tempore finito , sed tantum particula temporis infinite parva ; nisi fingamus , mobilis celeritatem esse infinitæ exiguam . Ratio est , quia tempus non secus ac spatium dividi potest in partes multitudinis infinitas , & magnitudine infinite parvas . Itaque si mobilis celeritas finita sit , quælibet infinite parva spatii particula in homolo-

mologa temporis particula a mobili ablolvetur, ac proinde totum aggregatum multitudinis infinitæ particularum infinite parvarum spatii, seu totum spatium finitum describitur a corpore in aggregato multitudinis infinitæ tempusculorum infinite parvorum, seu tempore finito. Quare falsum est, posita divisibilitate in infinitum, nullum haberi posse motum, ne quidem per minimum spatium, five minimum spatium nonnisi infinito tempore percurri posse. Quod ut magis declaretur, probe attendi debet jam antea fusius explicata temporis, motus, spatiique analogia. Tres illæ notiones ita necessario sunt conjunctæ ut una alteram indivulso nexu contineat. Nulla extensionis alicujus determinatæ clara idea haberi potest, nisi nobis exhibeamus mobilis alicujus velocitatem datum spatium dato tempore percurrentis; & viceversa mobilis alicujus velocitatem clare intelligere non possumus, nisi ope spatii dato tempore descripti. Hinc fit, ut ex tribus temporis, velocitatis, spatiique conditionibus, datis duabus, tertiam inveniant Geometræ; ut explicavimus in articulo de motu.

Inst. I. Si extensio contineat partes numero infinitas, infinitum containeretur in finito; extensio enim finita haberet partes multitudine infinitas; quod quidem absurdissimum est. Ergo &c. Resp. Dist. Ant. extensio finita containeret partes numero infinitas, sed infinite parvas, C. Ant. partes numero infinitas & finitæ magnitudinis, N. Ant. Quare N. Cons. Hæc objectio falsa laborant hypothesis, quod nempe quantitas aliqua ex partium numero tantum æstimari debeat; cum tamen certissimum sit, eam ex
par-

partium multitudine & magnitudine simul
 æstimandam esse. Igitur quantitas finita con-
 tinere quidem non potest partes finitas nu-
 mero infinitas; potest tamen dividi in partes
 numero infinitas & infinite parvas. Et qui-
 dem si partium magnitudo eadem ratione
 minuatur, qua earum numerus augetur, to-
 tum ex his omnibus partibus compositum
 idem manebit, ac proinde finitum erit, et-
 iam si partium numerus augeatur in infini-
 tum. Exempla plurima suppeditat Arithme-
 tica, fatentibus ipsis adversariis, ubi nume-
 rorum series est infinita, manente tamen
 summa seriei finita. Ita demonstrant Arith-
 metici seriem in infinitum continuatam

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{16} \&c.$ unitati æqualem esse; at

nemo negabit seriem hanc infinitas partes ha-
 bere. Verum ut huic argumento aliisque id
 genus plurimis paretur responsio, tollenda est
 omnis vocabuli ambiguitas. Dum extensio-
 nem in infinitum geometricè divisibilem esse
 demonstramus, quæstio minime est de *actua-*
li infinitæ divisionis possibilitate, hoc unum
 intelligi volumus, in minima qualibet exten-
 sionis parte minore alias concipi posse par-
 ticulas; atque hoc ipsum est, quod divisibili-
 tas in infinitum appellari solet; nomine
 enim infiniti venit id omne, cuius limites
 assignari non possunt.

Inst. II. Si extensio quælibet finita dividi
 posset in partes numero infinitas, magnitudo
 quantumvis exigua in tot partes dividi pot-
 erit, ac quælibet alia quantumvis maxima.
 Maxima itaque æquabitur minimæ; imo o-
 mnes quotcunque magnitudines utcunque di-
 versæ, æquales erunt utpote ex æquali par-
 tium

tium numero, nempe infinito, constitutæ; quod quidem absurdum vitari non potest, nisi dicatur magnitudines esse infinitas alias aliis majores; hic autem infinitus infinitorum ordo a ratione omnino alienus videtur; ergo quocumque se vertant hujus opinionis patroni, multis sese implicant ambagibus & absurdis..... Resp. N. Seq. Ant. & Conf. Responsio ad primam objectionis partem patet ex responsione præcedenti. Etenim quodnam est absurdum, duas magnitudines inæquales in eundem partium numerum dividi? An quia partes sunt numero æquales, composita sunt æqualia? Si hoc verum esset, verum itidem foret pedem digito æquari; pes enim non secus ac digitus in duodecim partes dividitur. Quod spectat alteram objectionis partem, diversum nempe infinitorum ordinem, res est difficilior. Ut autem hæc obiectio & tota simul quæstio in bono lumine collocetur, sublimem quantitatum infinitarum & infinitesimalium doctrinam, quantum per harum institutionum præscriptam facilitatem nobis facere licet, explicabimus.

Quantitatum infinite parvarum nomen hætenus adhibuimus, verum id fecimus brevitatæ causa, & ut receptum servaremus loquendi usum. Et quidem nulla quantitas in se spectata & sine nostro cogitandi modo, aut infinite parva est, aut infinite magna, sed in se determinata est & finita, quod facile patet ex demonstratis de extensionis divisibilitate. Et certe data quavis magnitudine utcumque parva vel utcumque magna; alia semper minor in primo casu, & alia semper major in casu altero haberi potest; nobis enim licet quantitatem exiguam vel

in-

ingentem considerare, primamque minuere, alteram augere, abstrahendo animum a quovis limite determinato. Priorem quantitatem dicimus *infinitesimam* vel *infinite parvam*, quantitatem alteram appellamus *infinitam* vel *infinite magnam*, accipiendo infinitum pro indefinito; quod diligenter notandum est; cum infinitum nusquam sit in rebus, sed in nostro concipiendi modo. *Finitam* dicimus quantitatem quamvis, quæ vel non concipitur variabilis, vel si concipitur variabilis, ultra quosdam determinatos limites variabilis non consideratur; rationem, quam duæ quantitate finitæ habent ad se invicem, *rationem finitam* vocamus. Unam e quantitatibus quæ imminutæ concipiuntur ultra quoscunque limites & *ad arbitrium assumptam*, dicimus *infinitesimam primi ordinis*. Si sit quantitas alia, quæ ad hanc infinitesimam habeat rationem, quam ipsa infinitesima habet ad quantitatem finitam, quantitatem hanc dicimus *infinitesimam secundi ordinis*, & ita deinceps. Viceversa, si quædam quantitas sit ad finitam quantitatem illam, ut illa ad infinitesimam primi ordinis, eam dicimus *infinitam primi ordinis*, & eodem pacto superiores infinitorum ordines definimus. Hæ autem quantitatum infinitesimarum notiones sunt omnino distinctæ.

His explicatis jam patet, diversos esse infinitorum & infinitesimorum ordines; nam circuli diameter, quæ finita est, se habet semper ad chordam ut est chorda ipsa ad abscissam; ac proinde si in circulo fingatur chorda infinite parva primi ordinis, erit abscissa infinitesima ordinis secundi. Si autem chorda sit infinitesima ordinis secundi, erit abscissa infi-
ni-

nitescima ordinis secundi, erit abscissa infinitesima ordinis quarti & ita deinceps. Itaque ex infinitesimis primi ordinis statim derivari evidens est quantitates infinitesimas aliorum ordinum, ac proinde etiam varios infinitorum ordines. Hinc non satis claram huius doctrinæ cognitionem habuisse videtur D. Nivventit, qui concessis infinitesimis primi ordinis, alios infinitesimorum ordines rejecit. Id ergo probe recordandum est, infinite parvas & infinite magnas quantitates a nobis quidem admitti, sed in eo dumtaxat sensu, quod quantitates illæ sint indefinitæ, hoc est, ut augeri vel minui concipiantur ultra quoscunque limites. Constituta autem talium quantitatuum definitione accurata, alteri objectionis parti satisfactum est, atque etiam aliis objectionibus plurimis, quæ ex quantitatuum illarum natura non satis explicata desumi solent.

Superest, ut de earundem quantitatuum usu, quem quidem in nostra Physica aliquando usurpavimus, breviter aliquid adjungamus. Usus omnis positus est in comparandis inter se quantitatibus finitis, earumque rationibus & affectionibus determinandis. Si comparatis inter se binis quantitatibus finitis, negligantur differentiæ, quæ earundem quantitatuum respectu sunt infinite parvæ, vera æqualitas haberi debet, nec ullus ne infinitesimus quidem error committi potest. Etenim finitæ quantitates dicuntur illæ, quæ sunt in se determinatæ; infinite autem parvæ eæ vocantur, quæ concipiuntur minui ad arbitrium ultra quoscunque limites in se determinatos. Porro his neglectis quantitatibus, nullus error ne quidem
 infi-

infinitesimus oriri potest; Si enim inæquales
 essent finitæ quantitates illæ, haberent diffe-
 rentiam aliquam in se determinatam. Quo-
 niam autem quantitates infinitesimæ minui
 possunt ultra quoscumque limites in se de-
 terminatos, omnes simul poterunt esse mi-
 nores differentia qualibet determinata. Ita-
 que minus accurate loquuntur aliqui, dum
 dicunt, negligi posse quantitates infinite par-
 vas, quia error est infinite parvus; revera
 enim nullus est. Igitur tota res huc reduci-
 tur, ut nempe, ad demonstrandam duarum
 quantitarum æqualitatem, ostendatur diffe-
 rentiam esse assignabili qualibet differentia
 minorem. Hanc autem methodum accura-
 tissimam omnino esse, nullique errori obno-
 xiam, evidens est; tota enim pendet ex hoc
 Euclidis theoremate, nempe: *quantitates duæ
 sunt æquales, si differentia sit quantitate qua-
 libet assignabili minor*; etenim si forent
 inæquales, differentia posset assignari; quod
 est contra hypothesim. His fundamentis in-
 nititur calculus *infinitesimalis*, qui *primarum
 & ultimarum rationum* vel etiam *limitum*
 calculus cum Newtono rectius appellari
 potest.

ARTICULUS III.

De Figurabilitate.

I. **F**igurabilitas appellatur illa corporum
 proprietas, qua fit, ut externa illo-
 rum superficies in longum, latum, & pro-
 fundum certo modo extendatur, atque ter-
 minetur. Intricatissimæ a Philosophis pro-
 poni solent quæstiones duæ: 1. est: An mi-
 Jacq. T. IV. L nimæ

nimæ elementares particulæ, ex quibus corpora componuntur, perpetuam, ac determinatam habeant figuram, quæ nulla naturæ vi frangi possit: 2. autem est: An corpora per diversam minimarum particularum naturam specie distinguantur; an per solam eandem particularum dispositionem. Sed quidquid sit de illis duabus quæstionibus speciali conclusione mox explicandis, certum est, corpora in tenuitatem immanem reduci posse; quod paucis utilioribus experimentis demonstrare satis erit. Auri ductilitatem fere incredibilem contemplemur, & ad calculum revocemus. Aurum malleo tenditur, & in lamellas extenditur. Pes cubicus auri pondus habet librarum 1349, seu unciarum 21584; nam 16 unciaë libram parisiensem constituunt. Jam vero linea eandem habet rationem ad pedem, quam habet 1 ad 144. Quare si numeri ad potentiam cubicam evehantur, erit linea cubica ad pedem cubicum, ut 1 ad 2985084, hoc est pes cubicus lineas cubicas 2985984 continet; sed pes cubicus auri pondus habet unciarum 21584; ergo si per hunc numerum antecedens numerus dividatur, quotus $38 + \frac{7392}{21584}$ exprimet, quot lineas cubicas uncia auri comprehendat. Jam si ex uncia auri formetur cubus, illius latus seu altitudo erit $5 + \frac{1}{6}$; hæc enim est radix cubica numeri præcedentis, quam proxime. Quare si numerus hic in seipsum ducatur, erit basis cubi $26 + \frac{25}{36}$ linearum quadratarum. Præterea sciendum est, artifices, qui aurum tundunt, ac in tenues

nues lamellas extendunt, unciam auri ita attenuare & in tam amplam redigere laminam, ut ex illa commode ducant 2730. bracteas, quarum latera quaquaversum sunt linearum 34, neglectis segminibus, quæ tamen sunt ponderis dimidii. Jam si bractearum latera sunt 34 lin. erunt in bractea qualibet lineæ quadratæ 1156; ita ut, si bracteæ omnes in unam denuo coeant superficiem, habeatur superficies linearum quadratarum 3155880, cui numero si vel tertia pars pro segminibus addatur, id est, si addas 1051960, patet opifices ex unica auri uncia efficere 4207840 lineas quadratas visibiles; sed hujus superficiæ amplitudo nempe linearum quadratarum 4207840 continet basim istius cubi, nempe $26 + \frac{25}{36}$ vicibus 159092. Ergo uncia auri

efformata in cubum $5 + \frac{1}{6}$ lineis altum, dividitur in lamellas quadratas 159092. Porro quodlibet lineæ quadratæ latus, instrumenti acuti mucrone in 6 saltem partes dividitur, ac proinde integra quadrata linea in partes 36. Quare si numerus linearum quadratarum 4207840 multiplicetur per 36, nempe per numerum partium in quavis linea facile visibilium, productum 151482240 exprimet numerum partium, quæ in unica auri uncia conspici possunt; quod prorsus mirum videbitur.

Sed longe major apparet auri ductilitas, si tenuissimæ aureæ lamellæ argentum ac filum sericum circumvestientis crassities examinetur. Artifices massam argenteam sumunt ponderis 8 libr. quam componunt in cylindricam figuram, altitudinis duorum pedum

cum digitis 8, seu lin. 384, cujus periphæria 2. dig. cum lin. 9. seu 35 lin. quæ si ducatur in altitudinem cylindri, superficies prodibit 13440 lin. quadr. superficiem hujusmodi aureis bracteis obducunt, quarum pondus semiunciam adæquat. Tum cylindrum sic inauratum per diversa laminæ chalybeæ foramina trajiciunt, & massam illam ita extendunt, ut capillarem subtilitatem imitetur & in ipsa tamen superficie inaurata maneat; atque hinc massa cylindrica in tenuissimum filum traducitur, cujus fili pondus grana 36 adæquat; in 150 pedes extenditur, ac proinde totus cylindrus in filum 307200 pedes longum extendi poterit; reducatur enim cylindri pondus in grana; libra gallica 16 uncias continet, hæc drachmas 8, drachma 3 scrupulos, hic 2 obulos, obulus 12 grana; pondus ergo 8. libr. continebit grana 73728. Itaque ad habendam longitudinem, ad quam totus cylindrus produci potest, dicatur $36 : 150 = 73728$ ad quartum proportionalem 307200, atque hæc erit longitudo tenuissimi fili. Ergo semiuncia auri in tot visibiles partes distribui potest, quot lineas complectuntur pedes 307200, nempe 44236800 lineas; sed linea in 6 visibiles partes ad minimum dividi potest; quare si 44236800 numerus linearum quæ in 307200 continentur, in 6 ducatur, numerus 265420800 designabit partes visibiles in dimidia auri uncia. Verum postquam filum per angustissimum laminæ chalybeæ foramen trajectum est, inter duas rotas chalybeas lævigatissimas complanatur, & cylindrus in binas planities parallelogrammas reducitur, ac proinde numerus partium quadruplo major

distin-

distingui poterit in tenuissima lamella quæ
 tamen semper continua & inaurata apparet;
 itaque numerus partium in auri semiuncia
 oculo inermi conspiciarum erit 1061683200.
 Postquam massa cylindrica in prædictam lon-
 gitudinem exporrecta est, tenuissimam acqui-
 rit crassitiem, ita ut illius diameter vix æqua-
 lis sit crassitie auri longissimam argenteam
 lamellam vestientis, quæ quidem crassities
 a Clariss. Reaumurio statuitur non major

$\frac{1}{27488}$ lineæ. Imo si consideremus auri bra-
 cteas non ubique ejusdem crassitie, sed in
 aliquibus locis duplo graciliores apparere,
 crassities auri argenteam lamellam obducen-
 tis in quibusdam partibus major non erit

$\frac{1}{1000}$ unius lineæ; quæ quidem crassities mi-
 nor adhuc fieri poterit, si argentea lamina
 sic inaurata rotis diligentius fuerit subacta
 Rem longius describere & calculi apparatus
 subicere placuit, ob mirandam omnino &
 stupendam artis subtilitatem.

Quamvis tanta non sit vitri ductilitas, hæc
 tamen Philosophorum meditationibus dignis-
 sima est, & artificum laboribus aliquando
 fortasse perficienda. Notissimum est artifi-
 cium, quo vitrum in longissima subtilissima-
 que fila protrahi solet. Vitri frustulum flam-
 mæ admoventur, vi ignis subigitur & in mol-
 lem veluti ceram redigitur. Quo facto, un-
 cinus vitreus fuso vitro adhibetur & deinde
 retrahitur; uncino autem retracto abducitur
 filum vitreum massæ vitreæ perpetuo adhæ-
 rescens; filum illud uncino interceptum rotæ
 circumponitur, & rota rapidissime pro arbi-
 trario circumagitur, atque fila vitrea ipsam

rotæ circumferentiam perpetuo amplectuntur. Tanta autem aliquando obtinetur filorum subtilitas, ut raneæ telæ tenuitatem æmulentur. Observavit clarissimus Reaumurius, cum filorum tenuitate ipsam quoque flexibilitatem crescere, ita ut vitrea fila ad majorem subtilitatis gradum perducta pannos atque hominibus vestimenta præbere possent. Hujus utilitatis specimen aliquod videre est in puerilibus ornamentis ex mobili vitreorum filorum fasciculo contextis; talia enim ornamenta capiti imposita capillorum instar flectuntur, nec franguntur aeris motu agitata. Plurima alia experimenta legere est in vulgaribus Physicorum libris, qui omnium manibus teruntur.

II. Admiranda plane est materiæ subtilitas, ad quam ars pervenire potuit; sed longe major est, & omnem imaginandi vim superat particularum tenuitas, quam in corporibus nonnullis ipsa natura demonstrat. Lucis radios, corporaque odorifera iterum contemplari satis esset; sed jucundissimum argumentum alio exemplo illustrare non ab re erit. Solertissimus naturæ indagator Leevvenhoekeius in aqua per aliquot dies asservata exquisiti microscopii ope, minima observavit animalcula, quorum mille centena millia vulgaris arenæ globuli magnitudinem non excedunt. Jam cum animalculum quodvis sit corpus organicum, perpendamus paulisper, quam delicatæ, & subtiles esse debent partes ad ipsum constituendum, & ad vitalem actionem conservandam necessariæ. Haud facile concipitur, quo pacto in tam angusto spatiolo comprehendi possint cor quod vitæ fons est, muscoli ad motum necessarii, glandulæ

dulæ ad liquores secernendos, ventriculus, & intestina ad alimenta dirigenda, & alia membra innumera, sine quibus animal esse non potest. Præterea cum singula memorata membra sint etiam corpora organica, aliis carere non possunt partibus ad suas actiones necessariis. Constabunt ergo ex fibris membranis, tunicis, venis, arteriis, nervis, & his similibus canaliculis numero fere infinitis, quorum exilitas imaginationis vires longe superat. At his infinite propemodum minores esse debent partes fluidi, quod per canaliculos decurrit, nempe sanguis, lympa, & spiritus animales, quorum in gradioribus animalibus incredibilis est subtilitas. En quanta in vilissimo animalculo portenta, divinæque omnipotentiae argumenta! Ex tanta, & fere infinita *actuali* materiae divisione evidens omnino fit, a præjudicatis vulgi opinionibus longe differre mundi hujus structuram. Sibi facile periuadet imperitum vulgus, corpora magnam continere materiae quantitatem, illorumque partes singulas stricte continuas esse; cum tamen certissimum sit, corpora etiam compactissima exiguum omnino & fere nullam habere materiae portionem, eamque in tenuitatem incomprehensibilem esse divisam.

Neque hic prætermittendum est eximium problema, quod analytice solvit Claris. Keilius in institutionibus astronomicis. Problema est hujusmodi: *Data utcunque exigua materiae particula eam per spatium utcunque magnum ita distribuere, ut nusquam habeatur spatiolum vacuum majus data mensura utcunque exigua.* Facili ratiocinatione rem intelligere licebit. Fingamus pollicem cubicum materiae solidæ in sphæram cavam ad Saturnum usque

extendi; quod certe non repugnat, cum materia sit in infinitum divisibilis. Hæc autem sphaera exiguam habet crassitiem, omnino tamen solidam. Jam sphaera ad minima intervalla minimisque poris pertusa fingatur, ita ut pororum distantia & magnitudo datam mensuram utcunque exiguam non excedant. Tum ex decidua materia, quæ poros antea occupabat, componatur iterum sphaera, quæ priori sphaeræ sit quamproxime contigua. Hæc autem secunda sphaera minimis poris rursus perforata intelligatur, atque ex materiæ ramentis tertia fiat sphaera, & ita deinceps. Manifestum est, hoc modo obtineri posse sphaeram integram ex aliis sphaeris ita compositam, ut eadem maneant phænomena, quæ in præsentis hujus mundi structura cernimus, eademque servetur apparens corporum continuïtas. Jam vero ad propositas quæstiones duas redeamus. Cum itaque corpora quævis, corporumque partes naturæ artisque viribus in minima corpuscula dissolvantur, a Philosophis quæsitum est, num primigeniæ corporum particulae certos habeant limites ita ut perpetuam servant figuram, atque ex sola homogenearum particularum conjunctione, variaque dispositione repetenda sit diversa corporum natura, vel species. His præmissis sit.

CON-

CONCLUSIO.

DE PERFECTA MINIMARUM PARTICULARUM DURITIE, DIVERSAQUE ILLARUM NATURA NIHIL AFFIRMANDUM VIDE-
TUR.

Prob. I. pars. Nihil certo affirmare licet de illis quæstionibus philosophicis quæ nulla observatione, nullo experimento, nullaque satis valida ratiocinatione probari possunt; atqui &c. Ergo Prob. Min. Quod spectat observationes & experimenta, res est evidens, cum minimæ etiam corporum particulæ, quæ ab elementorum tenuitate, si quam habent, longissime distant, nullis observationibus vel experimentis subjici possint. Neque etiam metaphysicis rationibus quidquam evinci potest. Requidem vera nullum corpus perfecte durum in hac rerum universitate novimus; durissima quæque corpora in pulverem franguntur, ex silicibus ipsoque adamante fumum exprimunt solares radii in speculi ustorii foco collecti. Sed quid inde concludi poterit de primigeniis corporum elementis? nihil sane. Neque falsa demonstrari potest eorum Philosophorum hypothesis quæ simplicissima materiæ elementa atque inextensa admittit, ut jam observavimus, & in sequenti articulo fusius explicabimus. Nec etiam invicte refelli possunt contrariæ opinionis patroni; quod enim de continuitatis lege proferri solet, demonstrationis vim non habere, ex objectionum serie manifestum fiet.

Prob. II. pars, quæ ex prima omnino pendet. Et quidem si nos lateat, utrum elemen-

ta sint simplicissima, an extensa; utrum sint perfecte dura, an artis & naturæ viribus divisibilia, multo minus de elementorum natura aliquid pronuntiare licet. Æque felici successu per diversam elementorum naturam, vel per diversam elementorum similium dispositionem explicari posse videtur diversa corporum species. Et quidem mirum est, quantum specierum varietatem induant corporum partes variis motibus vexatæ atque mutatæ. Ad hoc argumentum referuntur quæ diximus in appendice ad caput tertium, atque de eadem re nonnulla adjungemus in objectionibus. His rationibus inductus Cartesius dicere ausus est; *Da mihi materiam & motum, mundumque componam*. Hic autem data occasione, depellenda est conjecta in Cartesium calumnia, qua nulla gravior esse potest. Dum hæc verba protulit Cartesius, materiæ creationem & supremi motoris necessitatem inficiatus non est magnus ille Philosophus, sed nihil aliud significare voluit, nisi supremum rerum omnium auctorem figuram duntaxat & motu usum fuisse ad diversas corporum species distinguendas. Quod quidem breviter observatum volui, ut a falsis criminationibus religiose abstineant Auditores nostri ad pietatem magis quam ad scientias instruendi.

Objic. adversus primam partem: Physicis notissima est lex *continuitatis*, qua jubetur nihil in rerum natura fieri per *saltum*, ita ut corpus ex aliquo statu ad alium transire non possit, nisi omnes percurrat status intermedios. Vi hujus legis corpus e motu ad quietem statim transire non potest, nisi singulos velocitatis decrescentis gradus trajiciat. At si aliqua sint corpora perfecte dura, jam violatur

latur lex illa. Etenim si corpora duo perfecte dura æquali motus quantitate in partes contrarias sibi invicem occurrant, ambo post conflictum statim quiescunt; si autem inæqualis fuerit motuum quantitas, corpus quod minorem habet velocitatem, directionem statim mutat, ut patet ex demonstratis conflictuum legibus. Unde sic argumentantur. Existere repugnat corpora illa, quibus admissis violatur lex continuitatis; atqui &c. Ergo... Resp. N. Maj. Lex continuitatis tota innititur principio rationis sufficientis. Sic enim ratiocinari solent qui hanc tuentur legem: status, in quo reperitur ens aliquod, suam habere debet rationem sufficientem, cur in tali statu existat potius, quam in alio. Hæc autem ratio contineri non potest, nisi in statu antecedenti. Igitur status antecedens continebat aliquid, ex quo natus est status subsequens; illi nempe duo status ita sunt inter se conjuncti, ut nullus possibilis sit status intermedius. Si enim inter statum præsentem & antecedentem aliquis foret status possibilis, primum statum natura mutasset nondum a secundo statu determinata, ac proinde sine ratione sufficiente. Hæc est vulgata apud Leibnitianos ratiocinatio. Verum de principio rationis sufficientis sæpius sermonem habuimus, illudque ita explicavimus, ut in præsentī casu minime valere possit. Itaque lex continuitatis huic principio innixa tanquam universalis naturæ lex demonstrari non potest. Quidquid sit de lege illa in magnis corporibus observata, eandem legem in minimis corporum elementis vigere, nequaquam evincunt instituta in magnis corporibus experimenta, nisi ostendatur, ex ipsa corporum natura con-

nuitatis legem profluere, quod certe nemo affirmaverit.

Quamvis autem perfecta elementorum durities nullo satis valido refelli possit argumento, hanc tamen ad intelligendam & explicandam specierum varietatem minime necessariam esse credimus. Neque enim vim maximam habere videntur hæc, quæ vulgo afferri solent, nempe: Natura semper est uniformis; ex iisdem seminibus eadem oriuntur plantæ; eadem nascuntur animalia; novæ non generantur corporum species: porro, inquiunt Newtoniani, si dura non sint materiæ elementa, jam vehementissimis frequentissimisque naturæ motibus jactata perpetuo frangerentur. Hinc minimæ corporum particulæ modo subtiliores, modo crassiores factæ, modo duriores, modo molliores varias constituerent species, naturaque universa faciem perpetuo mutaret. His autem rationibus hæc in promptu esse potest responsio. Ad servandam specierum uniformitatem satis esset minima materiæ elementa nullis frangi viribus actu existentibus, quamvis tamen majoribus viribus superari possent. Præterea elementa illa viribus licet naturæ frangenda, suam tamen servare possent propriam unicuique speciei naturam. Itaque argumentum illud ponit, quod est in quæstione, nempe specierum diversitatem ex sola partium dispositione pendere; quam quidem hypothesim mox expendemus.

Objic. adversus secundam partem. Per diversam similium particularum coagmentationem & dispositionem simplicius atque elegantius explicatur specifica corporum diversitas. Et quidem infinita propemodum varietate,
for-

formam mutat eadem materiae portio . Sic
 metalla liquantur, ignis vi dissolvuntur, cor-
 pora fluida imitantur, in minutissimum cine-
 rem rediguntur, in alia transeunt corpora, va-
 riaeque constituunt species. Hanc sententiam
 confirmare videntur colorati lucis radii prif-
 mate vitreo separati; ii enim nullam colo-
 ris diversitatem induunt. Quare minima lu-
 cis corpuscula, quæ coloratum constituunt,
 sibi sunt simillima. Ex sola partium disposi-
 tione fit, ut corpora certos colorum radios
 reflectant, propriumque colorem exhibeant.
 His positis, sic ratiocinantur plerique Phy-
 sici; tenenda est sententia illa, quæ divinæ
 simplicitati magis est consentanea; & innu-
 meris experimentis confirmatur; atqui &c. Er-
 go.... Resp. N. Min. Quamvis infinita sit
 Dei simplicitas, perfectissimusque illius ope-
 randi modus, exigui tamen ponderis æsti-
 mari debent argumenta, quæ inde promere
 solent Philosophi, qui divinorum operum sim-
 plicitatem atque perfectionem ex limitato
 atque imperfectissimo nostro intelligendi mo-
 do metiri præsumunt. Etenim quæ nobis
 videntur composita, simplicissima omnino
 sunt Deo qui omnia unico & simplicissimo
 intellectus actu cognoscit, itemque unico,
 & simplicissimo voluntatis actu decernit at-
 que exequitur.

Quod reliquas spectat objectionis partes,
 certum quidem est, ex varia partium dispo-
 sitione pendere plurimas *sensibiles* corporum
 species; verum quæstio non est de corporum
massis, sed de minimis *moleculis*, quæ *Ele-
 menta* solent appellari. Itaque mixtæ corpo-
 rum species mutantur quidem, si naturæ,
 vel

vel artis viribus separari, vel aggregari possint componentes particulæ. Verum diligentissimis experimentis compertum est, immutatas manere corporum species nonnullas, etiamsi vehementius torqueantur, variisque modis utcunque vexentur. Ita ex puriori aqua nil, nisi aquam, ex igne nil, nisi ignem, elicere valent Chymici. Porro etiamsi corpora omnia, quæ chymicis, physicisque experimentis agitari possunt, in varias transirent species, ad minimas corporum moleculas trahi non possent experimenta illa; id ergo multo minus facere licebit, si corporibus quibusdam nulla mutatio vi etiam maxima inferri possit. Quod autem de diversis colorum radiis in objectione adjungitur, hoc unum probat, pro varia corporum textura, variaque partium dispositione diversos reflecti colorum radios; at inde minime colligitur, simillima esse radiorum corpuscula. Prolixiori responsioni non est hic locus, sed ad colorum doctrinam pertinet. Ceterum licet in tota hac responsione de materiæ *homogeneitate* nihil affirmare velimus, haud potiori jure pronuntiant aliqui Philosophi, nulla esse nequidem duo simillima materiæ elementa. Tali ratiocinatione suam conantur probare opinionem, quam *principium indiscernibilium* appellant Leibnitiani. Si duæ sint perfecte similes materiæ portiones, ita ut una alteri substitui possit, *cæteris paribus*, jam nulla est ratio, cur hæc, vel illa hunc, vel illum locum occupet, cum ambæ eundem locum occupare potuerint; id vero repugnare ajunt rationis sufficientis principio. At cum hoc principium ita generetim explicatum sæpe sæpius

pius a nobis rejectum fuerit, & valide confutatum, non est, quod refellendo *indiscernibilium* principio diutius immoremur.

Ex hæcæus dictis intelligitur, quid sentiendum sit de pervulgatis apud nonnullos Philosophos corporum elementis. Aristoteles quatuor enumerat corporum elementa, *terram* nempe, *aquam*, *ignem*, & *aerem*, ex his autem mixta omnia componi docuit; & requidem ipsa, ex omnibus fere mixtis hæc quatuor corpora, vel horum aliqua eliciunt Chymici. At patet elementa illa esse sensibilia dumtaxat corporum principia, minime vero tanquam primigenia elementa considerari posse. Idem dicendum est de Chymicorum elementis. Corpus in elementa sua resolvendum exempli causa *vinum*, in clibanum mittant, subjectoque igne, quasdam partes solvunt in vapores, qui frigore addensati alio vase excipiuntur, fiuntque liquor acuti saporis, quem *mercurium*, *spiritum* seu *aquam vitæ* appellant. Deinde continuato igne liquorem saporis expertem exprimunt, quem *phlegma* vocant; idque facere pergunt donec glutinosa tantum materia, *mel-
lis* instar in clibano supersit. Materiam illam glutinosam in ampullam retortam injiciunt, & subjecto igne *phlegma*, ut prius exprimunt: postea liquorem acidum, quem iterum *mercurium* dicunt; dein liquorem alium minus fluentem in modum olei ignique concipiendo aptum, quem *sulphur* nominant. Postremo quod in ampulla retorta superest comburunt; ejusque cineres in cymbium fistile immittunt, admixta aquæ portione; quæ cum brevi tempore salis saponem referat, percolando purgatur, remanetque in
cym-

cymbio fictili pulverulenta quædam & expers saporis terra, quam *caput mortuum*, seu *terram damnatam* appellant. Aqua autem limpida alio vase excepta lento igne in vapores solvitur, tumque in fundo vasis superest corpus durum & *friabile*, salis speciem referens, quod ideo *salem* dicunt. Hæc quinque elementa ex vino aliisque corporibus plurimis eruunt Chymici, ex corporibus aliis horum elementorum aliqua dumtaxat educunt. Hinc ex illis elementis varie permixtis omnem oriri corporum varietatem, sibi facile persuadent.

His elementis tria alia substituit Cartesius, qui rem totam hoc modo explicavit, seu potius implicavit. Deus creavit materiam homogeneam, hanc divisit in particulas proxime æquales, tali scilicet modo, ut earum anguli spatium accurate replerent, puta in partes cubicas. Creatam & divisam materiam Deus moveri iussit ea motus quantitate, quam etiamnum eandem invariata in corporibus perseverare fingit Cartesius; hoc autem motu factum esse ait, ut omnes materiæ partes circa centrum commune & singulæ circa proprium revolverentur. Ex hac rotatione mutuoque partium conflictu angulos abradi oportuit, indeque duo prodierunt elementorum genera; aliud nempe fuit pulvis tenuissimus & agitatissimus quem materiam *atheream* vocant Cartesiani. Aliud autem emerfit ex attritis fractisque partibus; sed crassiusculis & ad motum minus idoneis. Tandem partes cubicæ abrasis angulis abierunt in sphaeras ad motum maxime accommodatas. Ex his tribus elementis universum dicunt compositum; & quidem materia subtilis

tilis solem præsertim constituit nostri systematis planetarii centrum. Secundum elementum constans ex attritis particulis & in rotunditatem conformatis, *globulosa* materia dicitur, spatiisque cœlestibus replendis destinatur. Tertium denique elementum componit globum terraqueum cæterosque planetas. At materia *subtilis*, sive *ætherea*, illa est, quæ replendis omnibus interstitiis sese citissime accommodat. At hoc modo philosophari fabulari omnino est; atque hinc factum est, ut hoc cartesiani systematis commentum rejiciant severiores cartesianæ Physicæ reformatores. Quod autem spectat materiam ætheream, in tota Physices serie de ea jam plura diximus. Quia vero materia illa subsensus cadere non potest, mirum non est, quod de hujus materiæ natura & proprietatibus tot hypotheses proferant Philosophi, qui conjecturis delectantur. Sed de hujus materiæ usu vel potius abusu sermo deinde sæpius recurret in Physica particulari. Cæterum quod in hac quæstione prolixius quidem tractari solita, rerumque physicarum copiosissima, brevius egerimus, nemo nos tanquam justo breviores reprehendat; brevissimas enim curtissimasque esse nostra hac in recognitiones, ingenue fatemur.

ARTICULUS IV.

De Corporis Natura.

I. **C**UM de universalibus corporum proprietatibus in universa Physica generali hætenus disputatum sit, hinc doctrinæ ordo postulat, ut celeberrimam de corporis natu-

natura sive essentia quæstionem adgrediamur, atque tandem primæ Physices parti finem imponamus. Hic autem caveri maxime debet vocum ambiguitas. Observavimus jam in Metaphysica, duplicem *essentia* significationem; vel enim essentia est *realis*, hoc est, primarium illud attributum, ex quo derivari possunt alia omnia attributa, quam quidem essentiam nobis ignotam esse demonstravimus; vel essentia est *nominalis*, collectio nempe omnium attributorum, quæ in re aliqua observantur. Rursus autem attributa vel sunt *essentialia*, vel *universalia* dumtaxat; hæc autem duo probe distinguenda sunt; fieri enim potest ut attributa quædam in omnibus corporibus deprehendantur, quæ tamen ad ipsam corporum naturam non pertineant, sed pro mera naturæ lege haberi debeant. His præmissis quæ quidem in Metaphysica, atque etiam in Logica accurate explicavimus, jam *corpus*, sive *materiam* definire licet substantiam *sensibilem*, quæ explicatas in Physica generali proprietates habet. Illas autem proprietates uno, ut ita dicam, oculi ictu contemplari, iterumque revocare operæ pretium est.

II. In præcedenti definitione notandum est diligenter, corpus dici *substantiam sensibilem*; hic enim consideramus tantum corpus *physicum*, nihilque de simplicissimis, & inextensis materiæ elementis affirmare audeamus. Et quidem si elementorum naturam investigantes, ea extensa esse, dicamus, nihil prorsus dictum videtur; rursus enim elementa illa alias haberent partes, aliaque elementa. Si autem ea extensa non esse dicamus, res videtur absurda; qui enim intelli-

gi

gi potest, id, quod extensum non est, extensionem aliquam constituere? Respondere quidem posset Leibnitianus, extensionem velut *phaenomenon* habendam esse. Verum hypothesis illa, de qua frequens mentio jam ante incidit, precaria omnino est, totaque innixa sufficientis rationis principio, quod saepe saepius impugnauimus. Alii autem, & quidem percelebres viri, corporis nomine intelligunt punctorum systema pro diversis viribus attractivis, & repulsivis per varia spatii *realis* loca ad diversas distantias dispositum, ut antea explicauimus. In hac scilicet opinione nullus est contactus *immediatus*, nulla *continuitas* vera, & accurata, sed *relativa* dumtaxat, & *apparens*. Er certe a nobis persaepe creditur continuitas vera, quae procul dubio est apparens. Si enim corpora quaedam ad talem inter se distantiam constituta sint, ut sub angulo 16" minori videantur, in corpus unicum, perfecteque continuum coalescere oculis apparent.

Verum haec opinio tota fundatur in ipsa continuitatis lege, quam quidem in omnibus corporibus, & in minimis materiae elementis accurate demonstratam esse, nemo affirmabit. Quae cum ita sint, praesens quaestio difficultatis, & *periculosa plena alea* nobis videtur; quare ab ullo hac in re iudicio nobis abstinendum esse, existimamus, subtilioremque controversiam sagacioribus ingeniis relinquimus. Unum observare satis erit, nihil omnino esse in his opinionibus, quod fidei vel leviter contrarium reprehendi possit; inter animas, & corpora essentiale, & intrinsecum semper manebit discrimen in his duobus positum, quod materia sit sensibilis,

&

& cogitationis, ac voluntatis incapax; at spiritus neque sensus nostros afficiunt, neque possunt cogitare, aut velle. Nec quis sibi persuadeat, Metaphysicis detrahi desumptum ex matariæ extensione argumentum, quo scilicet validissime probant, materiam cogitare non posse; totam enim vim retinet argumentum, etiamsi corpus physicum constet ex simplicissimis, & inextensis elementis. Si autem elementa conjuncta cogitare non possint, ea quoque seorsim cogitare repugnat. Hæc autem omnia comparari debent cum iis, quæ de animæ spiritualitate in Metaphysicis institutionibus fuisse, & magno rationum pondere explicavimus.

III. Iisdem fere difficultatibus obnoxia est gravissima alia de *impenetrabilitate* controversia, an scilicet ad corporis essentiam proprietas illa pertineat. Et quidem si extensio inter essentielles corporis proprietates numerari non debeat, jam nihil absurdi videtur, quod plures corporis partes eundem occupent locum; id quidem præter universales naturæ leges, & corporum omnium proprietates, ac proinde non sine miraculo contingeret; at immutabili corporum essentiæ minime repugnaret. Simili ratione si admittantur in minimis, & simplicissimis materiæ elementis vires quædam ad certos limites repulsivæ, ex quibus oriatur impenetrabilitas; illæ quidem vires pro naturæ legibus haberi debent, quas proinde leges supremus naturæ auctor suspendere, & immutare potest, ideoque ad corporum essentiam non pertinent; cum essentias rerum immutabiles omnino esse & necessarias, demonstratum sit in Metaphysice. Nec minus difficilis atque implicata evadit quæ-

quæstio in hypothesei Leibnitiana, juxta quam *extensio*, *locus*, *spatium* pro meris phœnomenis haberi debent, ac proinde & pro mero phœnomeno haberi etiam posset impenetrabilitas, quæ ex notione loci omnino pendet. Igitur in hac hypothesei extensio, & impenetrabilitas sunt proprietates corporum *relative* dumtaxat, non *absolutæ*, & *essentiales*. Sed quidquid sit de quæstionibus illis, nulla ingenii subtilitate unquam fortasse solvendis, certissimum est, inter universales corporis naturalis proprietates recensendam esse impenetrabilitatem.

IV. Quod spectat corporum vires, *gravitatis* scilicet, *attractionis*, & *inertiæ*; illarum quidem virium effectus in rerum natura constanter observamus; sed quid sint vires illæ, an ad ipsam corporum essentiam pertineant, nobis omnino ignotum fatemur; eas velut universales corporum proprietates habere nobis satis sit; in nostris enim institutionibus Physicis effectus præsertim consideramus, eosque calculo, quantum nobis licet, æstimamus, quod quidem sæpe vos monitos volumus. Probe autem observari debet virium illarum notio; neque credendum est, sibi mutuo repugnare vim inertiae, & vim attractionis. Re quidem vera, si omnes materiae partes sese mutuo attrahant, jam nulla erit perfecta quies in rerum natura, idque etiam verum erit in ipsa Peripateticorum sententia. Etenim secundum Peripateticos cœlestia omnia corpora, quæ intuemur, in perpetuo sunt motu, & centrum gravium in ipso tellus centro positum est; ac proinde necessum est ad cuiusvis lapidis jactum, æquilibrio nonnihil mutato, totam

totam telluris molem commoveri . Id quidem vi inertiae contrarium videri posset ; corpora enim tenderent ad motum . Verum dum dicimus , per vim inertiae corpora manere in quiete , seclusa vi qualibet impressa , res intelligenda est de quiete *apparente* ; atque hinc patet , qua ratione intelligi debeat *quiescibilitas* inter naturales materiae proprietates numeranda . Neque tamen dicendum est , materiae motum esse necessarium ; cum enim vim quamlibet motricem materiae indiderit supremus rerum omnium auctor , hanc eandem vim pro arbitrio potest auferre & corpora hac proprietate exuere . Tandem patet , in iis , quæ hactenus explicavimus , contineri etiam *figurabilitatem* quæ ex mutua attractione viriumque varietate pendet . Sed meminisse oportet *vis* nomine nihil aliud a nobis intelligi nisi effectum aliquem . Itaque corpus naturale merito definivimus substantiam sensibilem octo universalibus jam recensitis proprietatibus præditam . Probe autem notandum est , proprietates illas a nobis dici *universales* , non *essentiales* . Si quis igitur corpus consideraret , omissa ex his proprietatibus aliqua , is quidem *incompletam* haberet corporis notionem , nec tamen essentialiale aliquod corporis attributum prætermisisse dici posset .

V. Ex his quæ hoc in articulo explicavimus , lux fortasse aliqua accedere potest iis , quæ de *materia* , *forma* , & *privatione* obscure tradunt plerique *Scholastici* . Affirmant scilicet , omnium corporum principium esse materiam *primam* , formam , & privationem . Materiam primam definiunt , *quod neque est quid , neque quantum , neque quale , neque quid-*

quidquam eorum, quibus ens demominatur. Hæc autem definitio ita potest intelligi, ut materiam *indeterminate & abstracte* consideratam significet, non attenta illius forma. Verum ut fiat corpus aliquod *determinatum*, formam *substantialem* adjungi oportet; vocant autem formam substantialem id, per quod singulæ corporum species a se invicem differunt. Hæc autem omnia licet a veteribus Philosophis paulo obscurius dicta, cum recentiorum opinionibus componi fortasse possent. Etenim si in corporibus admittamus vires quasdam *motrices, attractivas* scilicet & *repulsivas*, ex quibus oriatur specifica corporum differentia, vires illas pro formis substantialibus haberi minime repugnat. Et quidem illas *substantiales* appellari nihil absurdum est; etenim cum diversa motus directio, diversaque velocitas vi motrice diversa generentur; mutationes illæ considerari possunt tanquam *modi*, qui proinde ad substantiam aliquam referri debent; atque hinc contingit, ut vires motrices tanquam modorum subjectum ac proinde tanquam substantiæ appareant; qua de causa formæ substantiales satis apte appellari potuerunt. Hanc explicationem a veteri Philosophia non longe aberrare, colligitur ex ipsa formæ substantialis definitione; hanc enim his verbis definiunt Peripatetici: *Actus primus substantialis unum per se cum materia constituens: principium motus & quietis per se & non per accidens*: Ex qua definitione oritur alia forma, quam *accidentalem* dicunt, quæ nihil aliud est, quam *modificatio contingens*. Tandem quod spectat *privationem*, hoc vocabulum fecerunt Peripatetici, ut distinguerent

rent corpus *factum* & *actuale*, seu, ut dicunt, *in facto esse*, a corpore *faciendo* quod vocant *in fieri*; corporis actualis duo distinguunt principia: materiam & formam. At corporis in fieri tria principia admittunt, materiam, formam & privationem. Et quidem formam substantialem præcedere debet privatio. Hæc pauca de veteris scholæ opinionibus sine ullo partium studio observata sint, ut antiquos Philosophos a recentiorum quorundam reprehensione vindicemus; aliqui enim recentiores nihil fere in veteri Philosophia inveniunt quod non rideant, & Peripateticorum opinionibus sua non magis solida & probata substituunt dogmata, seu potius figmenta. Aristotelem virum fuisse ingenio excellentem, satis demonstrant plurima illius opera, quibus sane non parum honoris & gloriæ detraxerunt aliqui interpretes. At non sine maxima recentiorum injuria negari posset, in effectuum observatione & cognitione longe feliciorum & locupletiorum esse hodiernam Physicam, quamvis post longam sæculorum seriem circa effectuum causas nihil fere plus scire datum sit, nec fortasse dabitur unquam, donec rerum effectuumque omnium causam D. O. M. æternum intueamur.

A P P E N D I X.

De quibusdam capitulis præcedentis utilitatibus.

I. **A**mplissima meditationum Philosophicarum copiam suppeditat caput præcedens: ex multis pauca utiliora seligemus.
De

De summa corporum porositate perpetuisque effluviis sermonem habuimus; hinc vero occasionem nacti, quotidianas corporis nostri mutationes & vicissitudines contemplantur. Accuratissimis observationibus compertum habuit Sanctorius ex octo alimentorum libris, quas quis quotidie sumeret, quinquagesimam circiter partem in corporis substantiam converti. Sumpta igitur quinquagesima parte 8 libr. provenient $5 \frac{3}{5}$ semiunciae, quas scilicet singulis diebus acquirimus, ac proinde per anni spatium corpori nostro accedunt 58. libr. $12 \frac{2}{5}$ semiunciae, hoc est, plusquam tertia pars totius corporis; tantumdem ergo per continuam dissipationem de corporis substantia decedere debet; alioqui in enormem excresceret molem. Jam vero si jactura eum in modum sese haberet, ut vetustissima corporis materia primum abiret, deinde quæ proxime minus vetusta est, & sic per gradus ad recentissimam usque, manifestum est ita omnino dissipari corporis nostri substantiam, ut post tres annos nihil vetustæ materiae superstes esset, alia plane ejus locum occupante. At quoniam veteres succedentesque particulae simul pro ratione utrisque quantitatis promiscue expelli debent, fieri non potest, ut omnis materia in auras avolet, etiamsi mille annos homo viveret. Rem exemplo illustrabimus. Ponatur vas aquæ plenum, continens 150 libras, ex quibus hauriantur $5 \frac{3}{5}$ semiunciae, & loco hauritæ aquæ infundantur vini puri semiunciae $5 \frac{3}{5}$. Sequenti die ex hoc mixto detrahantur iterum semiunciae $5 \frac{3}{5}$, & dein adjiciantur $5 \frac{3}{5}$ vini puri, & ita deinceps singulis diebus per annum integrum; quæritur

Jacq. T. IV.

M

quan-

quantum aquæ & quantum vini post annum futurum sit. Problematis hujus solvendi modum indicabimus: 150 libræ aquæ conficiunt 4800 semiuncias, ex quibus detractis $5 \frac{2}{5}$ semiunciis aquæ, & iterum affusa æquali quantitate vini puri, remanent in vase 4794 $\frac{2}{5}$ semiunciae aquæ cum $5 \frac{3}{5}$ semiunciis vini permixtæ. Jam si secundo die ex hac mixtura rursus detrahas $5 \frac{2}{5}$ semiuncias, & tantundem vini puri adjicias, illæ semiunciae detractæ $5 \frac{3}{5}$ non ex aqua pura constabunt, sed tantillum vini continent, quod in eadem proportionem erit ad aquam, ut $5 \frac{3}{5}$ ad 4794 $\frac{2}{5}$, id est, numerus semiunciarum aquæ residuæ post secundam detractionem erit tertius proportionalis ad 4800 & 4794 $\frac{2}{5}$, quod quidem evidens est. Simili ratione, tertio die de tractis ex mixto semiunciis $5 \frac{3}{5}$, patet numerum semiunciarum aquæ residuæ esse quartum proportionalem ad 4800 & 4794 $\frac{2}{5}$, & ita porro. Ergo completo anno, scilicet post 365^{am} extractionem, residuæ aquæ pondas habebitur sumendo 366^{am} proportionalem ad 4800 & 4794 $\frac{2}{5}$, seu evehendo 4794 $\frac{2}{5}$ ad 365^{am} potestatem, & dividendo per numerum 4800 itidem ad 364^{am} potestatem evectum, quod quidem laboriosissimum per plures menses calculum postularet. At rem per *longarithmorum* tabulas compendiose absolvent Algebristæ, inveniuntque post completum annum remansuras in vase 3251 $\frac{1}{5}$ semiuncias aquæ, ideoque 1548 $\frac{4}{5}$ semiuncias vini. Exemplum ad præsentem casum transferatur. Aquæ puræ 150 libræ repræsentent materiam, ex qua corpus componitur, 5 $\frac{1}{5}$ semiunciae vini puri quotidie infusi referant

no-

novam materiam corpori nostro singulis diebus additam, erit materia vetus semiunciarum $3251 \frac{1}{5}$ seu libr. 101, semiunciarum $19 \frac{1}{5}$; nova autem substantia erit libr. 48, semiunciarum $12 \frac{4}{5}$. Itaque corpus humanum tertiam fere substantiæ partem post annum integrum amitter, & protracto calculo invenitur elapso decennio superstitem futuram esse dumtaxat partem quinquagesimam. Prætermittendum tamen non est a nobis positum fuisse omnes corporis partes æqualiter & uniformiter dissipari; quanquam certissimum sit ossium dissipationem multo lentiores esse, quam partium fluidarum. Sed quidquid sit, ex his saltem manifestum est, in corporibus nostris velocissimam mutationem contingere, atque huic perpetuæ vicissitudini obnoxias esse durissimas corporis nostri partes; & quidem nullum est in corpore animali os tam durum, tam compactum quod non nutriatur, ac proinde quod non mutetur, & partem sui amittat novamque recuperet.

Ecquis non mirabitur omnipotentem Dei manum, quæ in corporis nostri structura, tot subtilissima disposuit instrumenta ad nutritionem & evaporationem necessaria! At singulos ætatis humanæ gradus, diversosque corporis nostri status paulo attentius contem-
 plemur. In puerili ætate partes sunt tenellæ, viscosæ, aqua abundant, infinitisque canaliculis perforatæ, quos quidem canaliculos in ossibus, membranis, cartilaginibus, vasorum tunicis, tendinibus & in cute ipsa demonstrant injectiones anatomicæ. Hinc fit ut vis quæ in corpore animali motus principium est, quæcumque sit vis illa, mollior

res partes facilius extendat . Progressu temporis robustiores fiunt partes atque confirmantur, in adulta scilicet ætate ; atque id tandiu fit, donec tandem extendendis solidis haud amplius satis sint cordis vires . Attamen facile adhuc flexibilis manet *cellularis* textura, multis in locis pinguedinem sanguinemque admittit ; hinc pinguiores fiunt adulti ad certum usque tempus , nec tamen crescunt . Profecta ætate textura cellularis fit crassior, rigescunt senum ossa, cartilagine in ossa convertuntur, vasa excretoria comprimuntur, minima orificia clauduntur, secretiones minuuntur, sanguis exsiccat, & in singulis corporis partibus terrestrem veluti humorem deponit . Hinc partes omnes duriores observantur, hinc crustæ ossæ in ipsis arteriis, in ossium superficie & maxime in vertebris deprehenduntur . His gradibus ad senectutem mortemque ipsam pergimus . Solvitur tandem fragilis hæc corporis nostri machina iterum reparanda & ad meliorem æternamque vitam revocanda .

II. *Resurrectio mortuorum*, inquit S. Augustinus serm. 150. *præcipua fides Christianorum* : Et quidem, *statutum est hominibus semel mori, post hoc autem iudicium* : ait S. Paul. ad Hebr. 9. Itaque cum increduli quidam impiique homines, ex iis quæ num. præced. diximus, plurima objiciant resurrectionis dogmati contraria, hinc officii nostri partes esse duximus sanctum illud religionis decretum spei timorisque plenum a cavillationibus vindicare . Quomodo, inquiunt, ex corporis particulæ, quæ per insensibilem transpirationem assidue evanescunt, in idem corpus iterum coalescent ? Illæ eædem particulæ in alia

lia corpora, in aliorum hominum substantiam transeunt; objectioni vim addere conantur, fingendo hominum corpora ab animalibus carnivoris vel antropophagis hominibus absorpta. Qua ratione fieri poterit, ut unusquisque carnem suam repetat atque revocet? cum unius hominis caro in carnem alterius transmigraverit? Porro quamvis *corporum resurrectio solius divinæ potestatis opus sit, cuius causas & rationem temere quis investigaret*, ait Athenagoras de mortuorum resurrectione, everti tamen debent argumenta quibus fidem nostram oppugnare conantur religionis hostes. Igitur quamvis corporis nostri materia per insensibilem transpirationem avolaverit & in bellæ carnivoræ aut barbari hominis substantiam transiverit, Deus eamdem discernet & corpori cuius erit, restituet. Particulæ omnes, quæ ab ortu ad mortem usque corpus nostrum per diversas ætates compegerunt, nobiscum non resurgent; tunc enim enormis magnitudinis monstra excitaremur. Deus eam nobis restituet quam ipse decrevit, magnitudinem, de qua quidem magnitudine nihil fides docet. Nihil autem a ratione alienum est, imo ratio ipsa demonstrat Deum omnipotentem dispersas materiæ particulas quæ uniuscujusque hominis substantiam per totum vitæ decursum componebant, colligere & eligere posse, atque in eam quam jubet, magnitudinem revocare: *ita modificabitur illa in unoquoque materies, ut nec aliquid ex ea pereat, & quod alicui defuerit, ille suppleat, qui etiam de nihilo potuit, quod voluit operari*. Ut ait S. Augustinus in Encheridio cap. 90. Quamvis ergo mortuorum resurrectio & omnes quæ ad

eam pertinent, mutationes *divine sint potestatis opus*, altissimumque mysterium, id tamen rationi minime contrarium est; & certa fide tenendum, omnes homines in propria carne resurrecturos, ante divini iudicis tribunal constituendos, ut probi donentur præmio, improbi autem supplicio mancipentur.

III. Quamvis in adorando Eucharistiæ Sacramento potentia, amoris & benevolentia thesauros effuderit & explicaverit Christus Dominus, non desunt tamen ingratissimi impiissimique homines, qui ad oppugnandum illud divinae bonitatis mysterium, in disputationibus philosophicis de corporum natura ineptissimas cavillationes quærunt & audacissime jactitant. Cavendum quidem est, ne sacrosancta religionis mysteria curiosius scrutari atque explicare præsumant Philosophi; si enim opinio aliqua aut theologica aut philosophica mysterii rationem ita afferat ut nulum fidei locum relinquat, hæc statim rejicienda est atque detestanda. At omnes ingenii sui vires intendere debent religiosi verique Philosophi, ut sanctissima fidei dogmata ab impiorum hominum conatibus defendant, eaque supra rationem esse, non tamen rationi contraria, ostendant. Quatuor sunt argumenta philosophica quæ Novatores maxime jactare solent. 1. *Corpus Christi simul esse in pluribus locis*. 2. *Corpus Christi veras non habere corporis proprietates, non esse quantum, locum non occupare*; 3. *Accidentia panis & vini remanere post factam consecrationem sine subjecto*; 4. *Accidentia illa habere omnes proprietates substantia*. Ex illis objectionibus duæ pertinent ad corpus Christi, duæ

duæ aliæ ad accidentia; quæ quidem omnes
 ex dictis de corporis natura facile refelluntur.
 Quod duas priores objectiones spectat, patet,
 rationi contrarium non esse illum existendi
 modum quo Christum in Eucharistia existe-
 re certa fide docemur. Etenim de ipsa cor-
 poris essentia non consentiunt inter se Phi-
 losophi; imo plurimi apud ipsos Novatores
 cultissimi doctissimique Physici extensionem
 & impenetrabilitatem ad corporis essentiam
 non pertinere, sine ulla dubitatione affirmant;
 in qua quidem sententia duæ priores obje-
 ctiones evanescunt. Certissimum omnino est
 corpus Christi in Eucharistia suam habere
quantitatem; nempe partes revera sunt diver-
 sæ & extra se invicem; alioqui non esset
 corpus humanum. At quantitas illa quam
 habet corpus Christi in Eucharistia, dicit
 quidem extensionem partium *in ordine ad se*,
 seu per eam quantitatem fit, ut pars sit ex-
 tra aliam partem; sed non dicit extensionem
in ordine ad locum, hoc est, per eam non
 fit, ut pars occupet locum. Igitur corpus
 Christi in Eucharistia nec *definitive*, nec
circumscriptive continetur; non quidem de-
 finive; nam corpus Christi contineri defini-
 tive sub *speciebus*, est ita sub illis existere,
 ut non sit alibi, quod repugnat fidei, quæ
 docet, Christum esse in cœlis & in hostiis
 consecratis. Neque continetur circumscripti-
 ve; nam contineri circumscriptive est respon-
 dere variis spatii partibus; at corpus Christi
 non respondet variis spatii partibus, cum non
 habeat extensionem impenetrabilem. Ille
 quidem existendi modus nullum in rebus crea-
 tis exemplum habet, & miraculis plenus est,
 ac proinde merito vocatur *sacramentalis*,
 seu

seu modus, qui soli Sacramento conveniat. At modum illum existendi absurdum non esse & divinæ omnipotentiae ac rationi non repugnare, patet ex iis quæ de extensione, impenetrabilitate, loco & spatio, fuscè disseruimus.

Quod spectat *accidentia*: accidentium nomine intelligunt panis & vini qualitates, *colorem*, *quantitatem*, *saporem*. Eæ autem qualitates remanent in Eucharistia, iis afficiuntur sensus nostri, facta consecratione. Qualitates illæ a Concilio Lateran. IV. vocantur: *Panis & vini species*: a Concilio Constantiensi dicuntur: *accidentia panis & vini*; Concilium Tridentinum Lateranensis Concilii phrasim retinuit. Observandum est, duplicem a Peripateticis distingui *quantitatem*, aliam *internam*, *externam* aliam: primam dicunt partes *entitativas* & *substantiales*, quæ ita sunt de essentia corporis, ut iis sublatis destruat corpus. Hæc quantitas corpus extendit in ordine ad se, hoc est, partes entitativas alias extra alias ita constituit, ut entitas partis unius tota sit extra entitatem partis alterius, & tamen omnes in eodem loco reperiantur. Quantitas externa nihil est aliud quam extensio sensibilis quæ partes jam extensas in ordine ad se, extendit in ordine ad locum. Hæc Peripateticorum opinio aliqua ex parte convenit cum hypothesis Leibnitiana, quæ corporum partes ab ipsa extensione distinguit, sed extensionem sensibilem velut merum phænomenon, non tanquam aliquid substantiale aut accidens absolutum admittit. De fide est, accidentia remanere sine subjecto *substantiali* panis & vini; at de fide non est ea non habere sub-
jectum

jectum aliquod accidentale. Accidentia manere ajunt plerique Theologi in panis & vini quantitate, *externa* scilicet, quæ remanet in Eucharistia consecrata, & quantitatem illam aliasque sensibiles qualitates *accidentia absoluta* appellant, eo quod sine ullo subiecto maneant. Novam opinionem excogitavit, aut saltem maxime illustravit atque amplificavit Magnanus noster. Species sensibiles, quas *intentionales* vocat, non aliud esse docet, quam actionem ipsam objectorum in sensus. Cum autem in Eucharistia non supersit panis substantia, in sensus illa agere non potest; sed Deus per seipsum soloque imperio supplet actionem substantiæ panis, facta in sensibus nostris eadem *modificatione* sive impressione, quam panis ante consecrationem producebat. Unum hic diligenter monere oportet, Concilia Lateranense, Florentinum & Tridentinum *accidentium* nomen non usurpasse, sed *specierum*. Quæ cum ita sint, catholica fide certum ac definitum non est accidentia absoluta ad fidem pertinere; sed hoc certissime tenendum est, totam panis & vini substantiam converti seu transmutari in corpus & sanguinem Christi; species vero seu accidentia remanere fidei auctoritate & sensuum judicio indubitatum est. Verum quid sint & in quo consistant species illæ, Ecclesia non pronuntiavit. Quamobrem dum Synodus Constantiensis damnavit hanc Wicleffi propositionem: *In Eucharistia non manent accidentia sine subiecto*; censent Theologi censuram non cadere in accidentia, sed in accidentium subiectum, scilicet in substantiam panis & vini quam superesse dicebat Wicleffus. Quod autem nutritionem spectat;

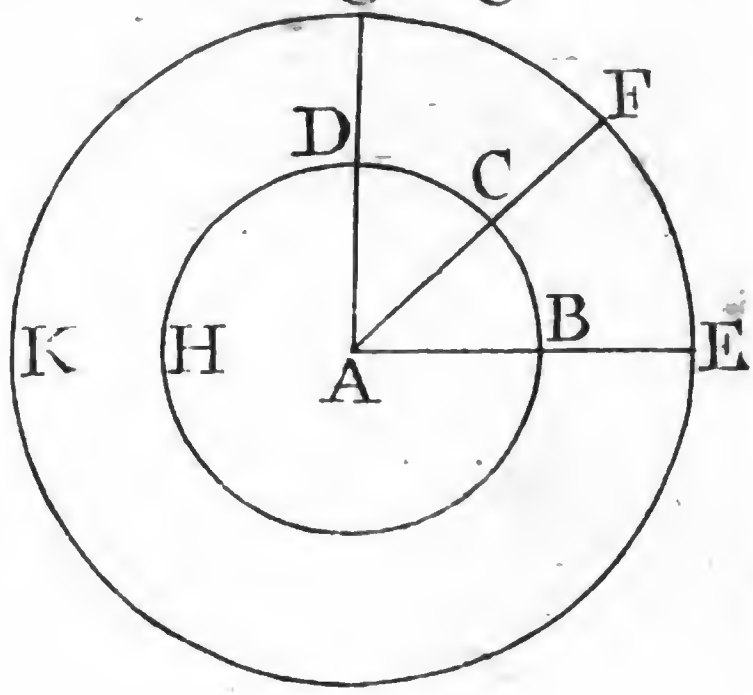
stat; responderi solet, vel Deum aliam substituere materiam, qua corpora nutriantur, vel per se corpora nostra sustentare; qui enim corpora ex nihilo produxit, potest haud dubie illa sustentare ac nutrire. Itaque ex his omnibus concludere licet, sacrosanctum Eucharistiæ mysterium incomprehensibile quidem esse & ineffabile, non tamen a divina omnipotentia & ratione alienum. Quare hanc appendicem absolvemus Concilii Tridentini verbis sess. 13. cap. 1. ubi sermo est de ratione, qua Christus est in Eucharistia: *Etsi cum verbis exprimere vix possimus, possibilem tamen esse Deo, nosque cogitatione per fidem illustrata assequi eam posse & conscientissime credere debere: quæ quidem verba non de hoc Sacramento tantum, sed de aliis omnibus fidei nostræ mysteriis sancte tenenda sunt.*

F I N I S...

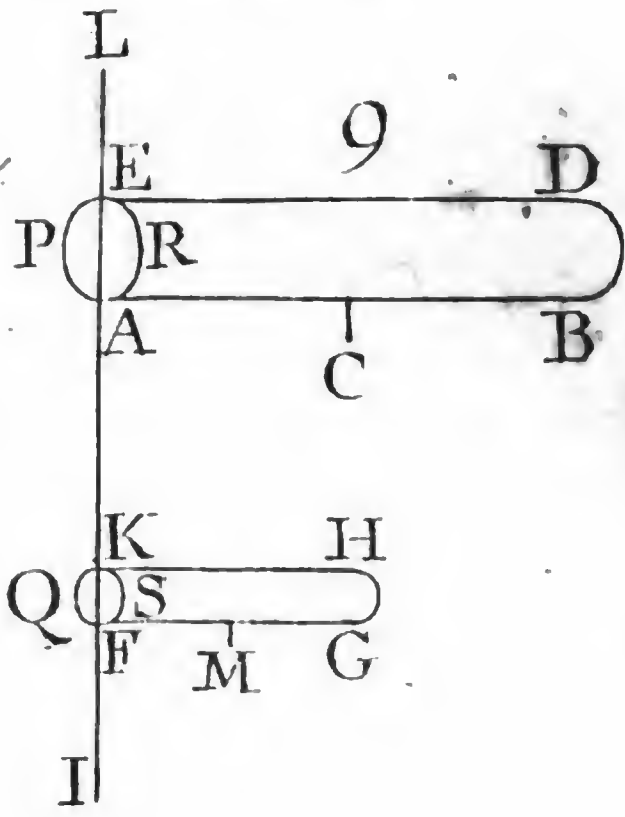
1

4

5

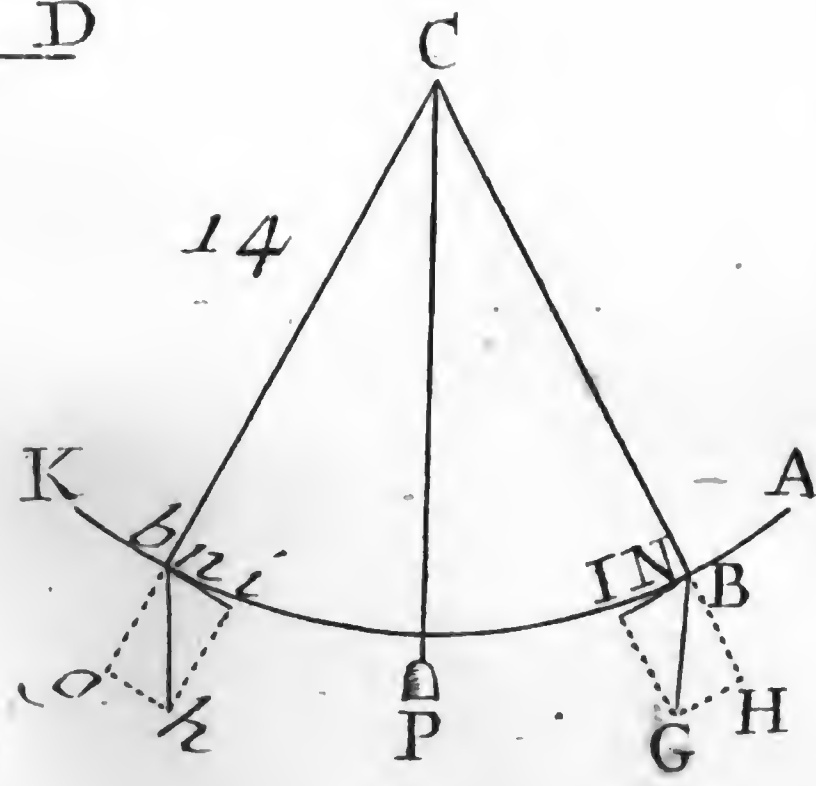


10

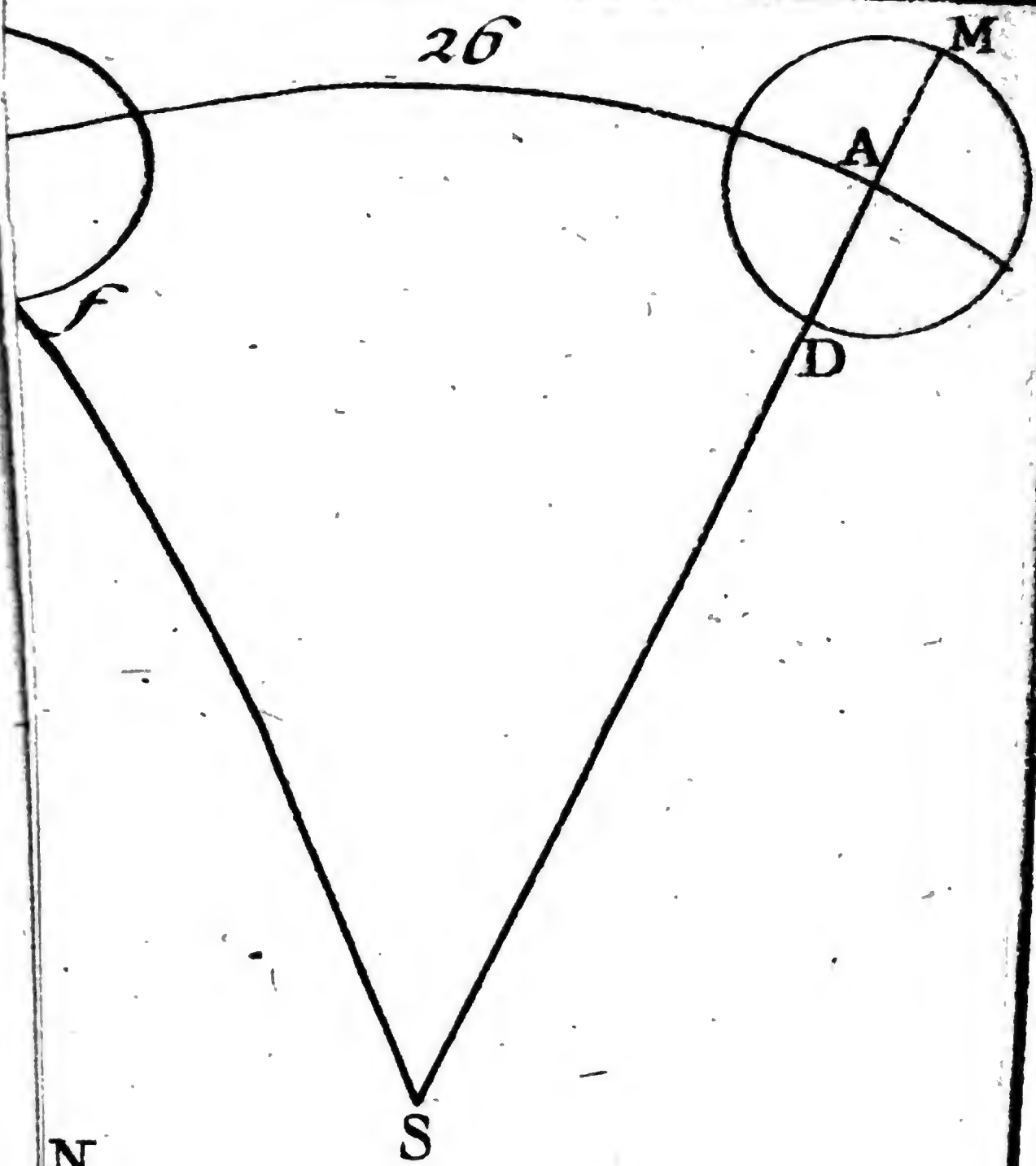


D

14

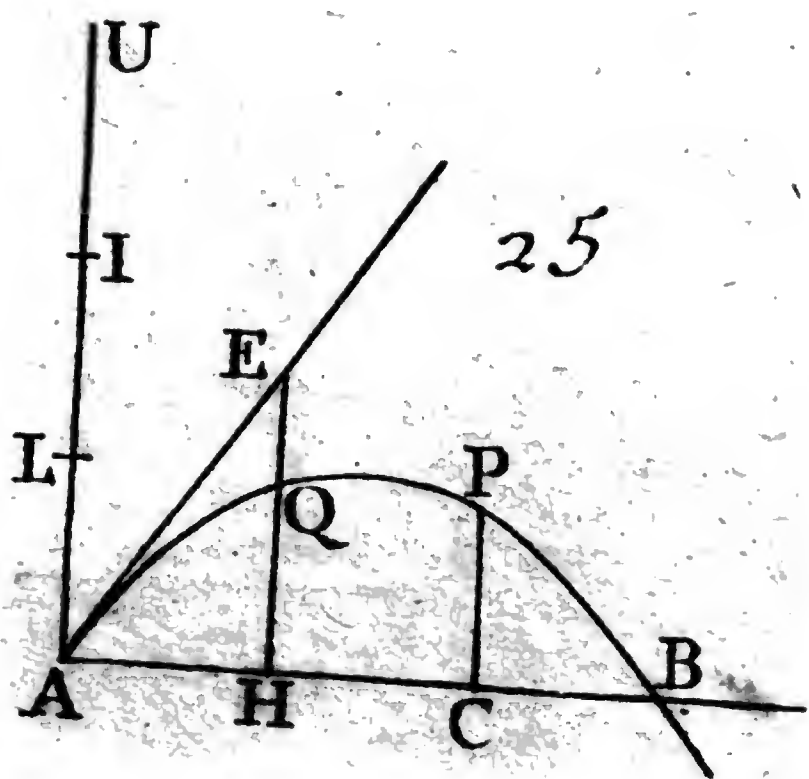


26



N

25



052689500

